

ORGANE PERMANENT  
POUR LA SECURITE DANS LES MINES DE HOUILLE

Groupe d'experts "Aérage"

# STABILISATION DE L'AERAGE EN CAS D'INCENDIE

Exposé documentaire  
sur la théorie du Professeur Budryk (septembre 1967)

CORRIGENDUM

ANNEXE III



Luxembourg, juin 1968



**ORGANE PERMANENT  
POUR LA SECURITE DANS LES MINES DE HOUILLE**

**Groupe d'experts "Aérage"**

**STABILISATION DE L'AERAGE EN CAS D'INCENDIE**

**Exposé documentaire  
sur la théorie du Professeur Budryk (septembre 1967)**

**CORRIGENDUM**

**ANNEXE III**



**Luxembourg, juin 1968**



**C O R R I G E N D U M**

à l'exposé documentaire  
**"STABILISATION DE L'AERAGE EN CAS D'INCENDIE"**

**Edition septembre 1967**



## STABILISATION DE L'AERAGE EN CAS D'INCENDIE

- Edition septembre 1967

### CORRIGENDUM

Page 3 : il manque le titre : Introduction

Page 5 : Nota 2 - dernière ligne, lire : "dans les galeries aérées en descendant."

Page 6 : Nota - lire "d'après le Doc. n° 5688/62 de l'Organe permanent".

Page 11: fig. 1 - en haut à gauche - l'inscription "Budryk : Chapitre II, page 3 modifiée" est à supprimer.

La référence 1558/1/66 figurant en bas à gauche est à supprimer.

Le noeud numéroté 8 (T.B. Combes à 330 - Galeries vers quartier ouest) doit porter le n° 0.

La descente au rocher de 220 à 320 doit être raccordée au T.B. Combes à 220 (et non pas au T.B. à 330).

Le T.B. Combes à 330 n'est pas interrompu au droit des portes enclenchées à 220.

Page 20: 2e § - 2e ligne - lire "création" au lieu de "ouverture".

Page 21: 1° § - 4e ligne - lire "liaison" au lieu de "liason".

Page 45: dernière ligne - lire "dans la branche BC" au lieu de "dans la branche AB"; et ajouter "c'est à dire que l'inversion a déjà eu lieu dans toutes les branches latérales du demi-réseau intérieur".

Page 48 : Nota 1 - 1° § - dernière ligne - lire "parcours"

Page 54 : à côté de la formule  $\frac{hem}{him} > \frac{R_2}{R_1}$  ajouter : "ou  $\frac{hem}{R_2} > \frac{him}{R_1}$ "

Page 55 : remplacer les 4 premiers § par le texte de la page I annexée.

Page 56 : remplacer les 5e, 6e, 7e et 8e § par le texte de la page II.

Page 57 : supprimer le 3e § "on notera aussi.....".

Page 59 : 3e § - dernière ligne , remplacer  $\frac{hi}{R_i}$  par  $\frac{hi}{R_I}$

4e § - remplacer la lère phrase par : "Ri étant la résistance (classique) de la partie interne du circuit principal".

---

Annexe I - page 3 - fig. 1 - mêmes corrections que page 11, fig. 1 du chapitre II.

Annexe VI - page 3 - dernier § - remplacer "on comprend" par "on comprendra".

---

Annexe VII: page 2 : 2e ligne, lire : "Fig. 1, où A et B...."

fig. 1 : la lettre E doit figurer entre les sommets des puits A et B

les pages 3, 4, 5, 6, 7 et 8 doivent être remplacés par le texte des pages III à VI

Annexe VIII: page 3 - 2e § - 8e ligne : lire  $q'_e > q'_i$   
page 4 - dernière ligne : lire, dans la parenthèse  $Ry \cdot S^2 \cdot m^{-8}$

Annexe IX : pages 8 à 15 - remplacer par le texte des pages IX à XIV

page 16 : supprimer le 1er §

page 18 : 6e § - 3e ligne - lire : fig. 30 au lieu de fig. 22

page 18 : dernière ligne : lire  $R_i$

page 19 : 2e ligne : lire fig. 31 au lieu de fig. 23

4e ligne : lire  $R_i = \frac{him + \Delta h}{q_i^2}$

Les 4 premiers paragraphes de la page 55 sont à remplacer par le texte suivant :

---

- $h_{em}$  représente la force aéromotrice moyenne pondérée des sources aéromotrices normales (ventilateurs principaux et auxiliaires) et, le cas échéant, des sources aéromotrices accidentelles (fumées d'incendies) agissant sur les filets du champ de filets des points A et B qui circulent de B vers A (demi-champ externe).
- $h_{im}$  représente la force aéromotrice moyenne pondérée des sources aéromotrices accidentelles (fumées d'incendies) et, le cas échéant, des sources aéromotrices normales (ventilateurs auxiliaires) agissant sur les filets du champ de filets des points A et B qui circulent de A vers B; branche AB non comprise (demi-champ interne partiel).

La pondération des forces aéromotrices est faite proportionnellement à la fraction du champ de filets qui traverse chacune des sources aéromotrices.

Ainsi, pour le cas de la figure 4 :

$h_{em} = h_e$  parce que tous les filets du demi-champ externe des points A et B traversent la source  $h_e$

$h_{im} = h_i \frac{q_5}{q_3}$  parce que dans le courant CB, le rapport des débits des filets qui sont passés par  $h_i$  au débit total est le même que dans la branche  $\mu C$ , soit  $\frac{q_5}{q_4 + q_5} = \frac{q_5}{q_3}$

On voit que lorsque l'inversion est imminente dans la branche étudiée, c'est-à-dire lorsque l'inversion a déjà eu lieu dans toutes les autres branches du demi réseau intérieur,

Page 56 - Remplacer les 5e, 6e, 7e et 8e § par :

S'il y a des branches où l'aérage a conservé son sens normal, ce qui est, en général, le cas où l'on se trouve à l'éclosion d'un incendie, on a vu à l'annexe IX, que la quantité  $h_{im}$  est en fonction décroissante de la résistance de ces  $R_i$  branches; on pourrait donc être tenté de les obturer pour faciliter la stabilisation dans la branche à stabiliser.

Mais si la situation vient à empirer, par suite du développement incoercif de l'incendie, l'aérage s'inverse dans ces branches, et l'on se trouve alors dans le cas où  $h_{im}$  prend sa valeur maximale possible  $h_i$  et où  $R_i$  a les mêmes propriétés pour la zone "interne" que  $R_e$  pour la zone "externe", c'est-à-dire est une fonction décroissante de la résistance des branches latérales : on a donc intérêt dans cette situation, qui est la plus critique, à ce que ces branches aient des résistances aussi petites que possible.

Il est donc nécessaire d'examiner en détail quelles sont les opérations à entreprendre pour permettre à la fois la lutte contre l'incendie et la stabilisation de l'aérage.

La formule fondamentale montre que l'on devra chercher à

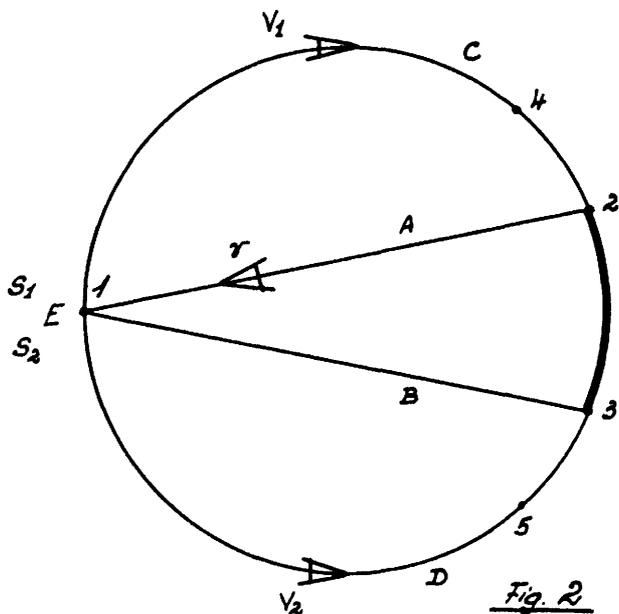
|                     |    |                                   |
|---------------------|----|-----------------------------------|
| (diminuer $h_{im}$  |    | (                                 |
| (augmenter $h_{em}$ |    | (augmenter $\frac{h_{em}}{R_e}$   |
| (diminuer $R_e$     | ou | (                                 |
| (augmenter $R_i$    |    | (et diminuer $\frac{h_{im}}{R_i}$ |

Les pages 5 à 8 du corrigendum remplacent les pages 3 à 8 de l'annexe VII

L'aéragé naturel s'ajoute purement et simplement à l'effet des ventilateurs V1 et V2; en marche normale, son effet est négligeable; mais en cas d'arrêt d'un ventilateur, V1 ou V2, tout se passe comme si le ventilateur correspondant continuait à produire une force aéromotrice faible mais non négligeable.

Etude de stabilité

Le schéma Budryk (fermé) fig. 2 ci-contre, représente le réseau à étudier. On remarque que les points S1, S2, E sont confondus au noeud n°1 ce qui rend compte effectivement du fait qu'ils sont au même potentiel aéromoteur.



Les problèmes que nous nous sommes posés concernant l'instabilité de la branche 2-3 d'une part, sous l'effet d'une perturbation  $v$  et d'autre part l'instabilité dans la branche B (puits) également sous l'effet d'une perturbation  $v$ .

On voit tout de suite que ce réseau n'est pas maillé : les instabilités que l'on y constate ne relèvent donc que du fait de la présence de sources aéromotrices  multiples .

On voit effectivement (fig. 3 - 4 et 5)

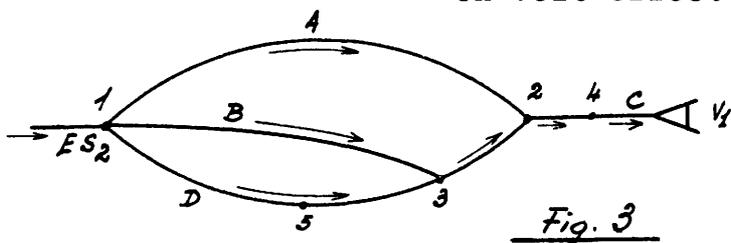


Fig. 3

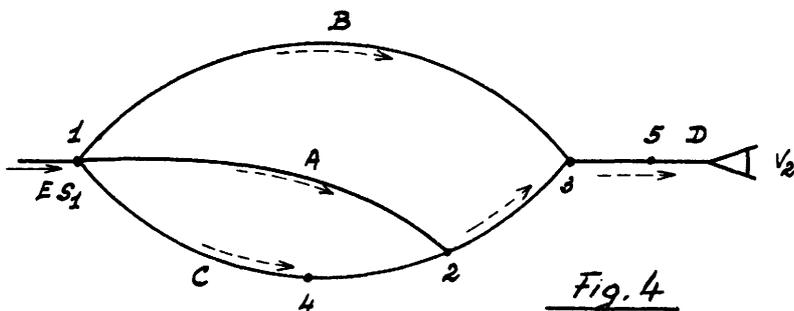


Fig. 4

que si l'on "ouvre" le schéma successivement par rapport à chacune des 3 sources aéromotrices (V1 - V2 et  $v$ ) il n'existe de diagonale dans aucun cas.

Pour analyser l'action simultanée des sources, nous les examinerons successivement deux à deux.

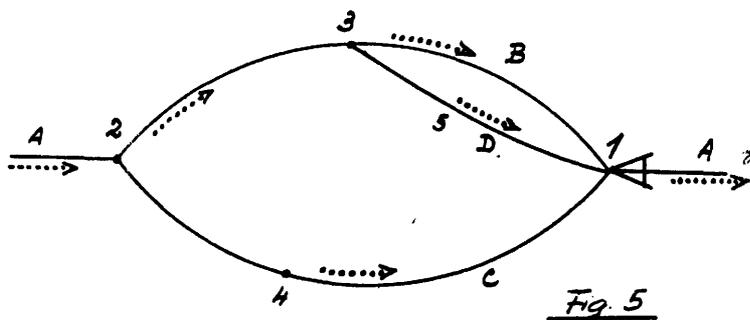


Fig. 5

1er cas : V1 et V2 seuls

On voit tout de suite sur la fig. 6, où l'on a fait figurer le sens des courants sous l'action de l'une ou de l'autre des sources V1 (traits pleins) et V2 (traits tiretés) que les branches A et B sont stables, mais que la branche 2-3 est instable ainsi que les branches 2-4-C-V1 et 3-5-D-V2.

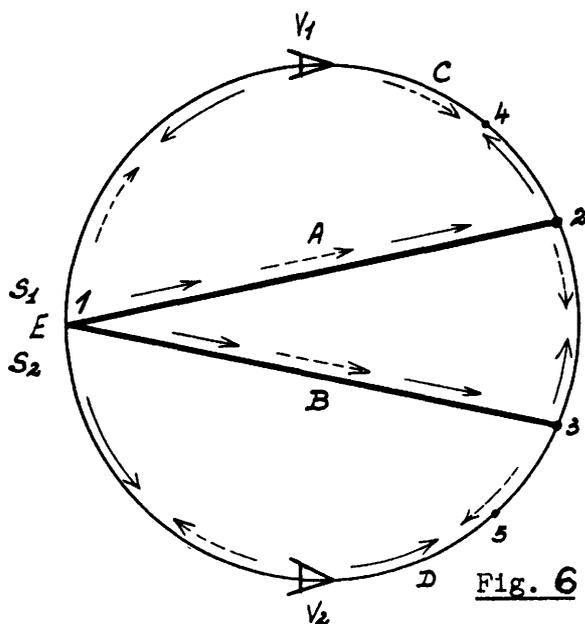


Fig. 6

Le degré d'instabilité de la branche 2-3 est certainement très grand, en effet l'écoulement de 2 vers 3 ou de 3 vers 2 ne se fait que sous une différence de pression égale à la différence de perte de charge dans les puits, qui ne peut être que très petite : il suffira donc d'une légère perturbation (qui peut être une simple variation de résistance) dans l'un des puits ou dans l'une des branches 2-4-C-V1 ou 3-5-D-V2, ou d'une petite variation de régime de l'un ou l'autre des ventilateurs V1 ou V2, pour provoquer une inversion dans la branche 2-3.

Les branches 2-4-C et 3-5-D sont également instables, mais on voit aisément que pour provoquer une inversion dans l'une de ces branches il faut que la force aéromotrice du ventilateur correspondant tombe à une valeur inférieure à la perte de charge dans les puits, généralement assez faible (1). Le degré d'instabilité de ces branches est donc faible.

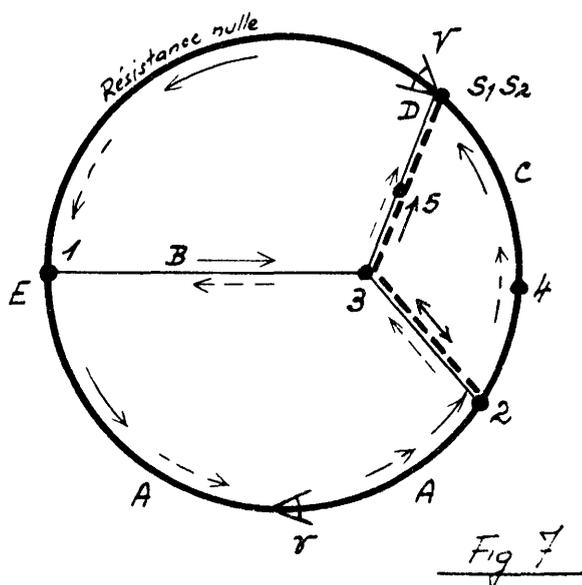
2e cas : V1 et V2 en action simultanée normale.

Présence d'une perturbation aéromotrice soufflante dans le puits A.

(1) L'aéragé naturel dans la branche correspondante pourra le cas échéant être suffisant pour éviter l'inversion d'aéragé.

Pour matérialiser le fait que V1 et V2 sont en action simultanément on les remplacera par un ventilateur fictif unique qui aspirerait sur les deux puits C et D. l'ajustement des forces aéromotrices étant obtenu à l'aide de résistances (registres) que l'on supposera toujours réglées pour réaliser dans les branches 2-4-C-V1 et 3-5-D-V2 les débits réels qu'y font passer les ventilateurs V1 et V2.

Le schéma Budryk correspondant est celui de la fig. 7; mais



ce schéma appelle l'observation suivante : l'artifice qui a consisté à remplacer les deux ventilateurs V1 et V2 situés dans les branches C et D par un ventilateur unique V situé dans une branche fictive faite de la réunion de C et D, a obligé à séparer les points S1 et S2 du point E qui est pourtant au même potentiel (voir le schéma 6 qui est absolument correct); on ne doit donc tirer aucune conclusion de l'existence de cette branche fictive, comme par exemple, que la branche 2-3 est une diagonale.

Cette circonstance particulière n'étant pas perdue de vue, on voit, en reportant les directions des courants qui prendraient naissance

d'une part sous l'action de V (V1 et V2) seul, en traits pleins, d'autre part sous l'action de  $\mathcal{V}$  seul, en traits tiretés (d'après les fig. 3, 4 et 5) que la branche B est toujours instable et que la branche 2-3 ne l'est que pour autant que le courant y circulerait de 3 vers 2 sous l'action de V (voir ci-dessus 1er cas).

Si tel est le cas, on voit que l'inversion dans B ne peut avoir lieu, en tout état de cause, qu'après l'inversion dans 3-2 (sinon tous les courants issus du point 3 seraient divergents, ce qui est impossible) ce qui indique que l'instabilité de 3-2 est plus grande que celle de B : effectivement, la présence de braseros à la tête d'un puits a pu provoquer une inversion du type 3-2, mais n'aurait pas pu provoquer une inversion du type B, pour laquelle il a fallu une perturbation beaucoup plus énergique.

Quant à la branche 3-5-D-V2 on voit qu'elle est stable (ce qui montre bien qu'elle n'est pas une diagonale par rapport à  $\mathcal{V}$ , ce que pourrait laisser croire la fig. 7 en raison de l'artifice qu'est la substitution de V à V1 et V2).

Autres cas :

On étudierait de la même façon les 3e et 4e cas (V1 et  $\nu$  ou V2 et  $\nu$ ).

Conclusion :

Cette étude montre bien l'intérêt de recourir à des représentations schématiques des réseaux d'aérage et, en particulier, des représentations préconisées par Budryk, pour mettre en lumière les différents cas d'instabilité (avec risque d'inversion d'aérage dans certaines branches). Elle permet de mettre en lumière les risques complexes présentés par le réseau très classique qui a été pris comme thème d'étude.

---

Les pages 9 à 14 du corrigendum remplacent les pages 8 à 15  
de l'annexe IX

III. Application à la théorie de Budryk.

" Soit un réseau quelconque, maillé de façon quelconque, animé  
" par un nombre quelconque de sources aéromotrices disposées de  
" façon quelconque, et A.B. une branche quelconque de ce réseau  
" sur laquelle n'existe aucune source aéromotrice.

" La situation de cette branche peut être schématisée par la  
" figure 9.

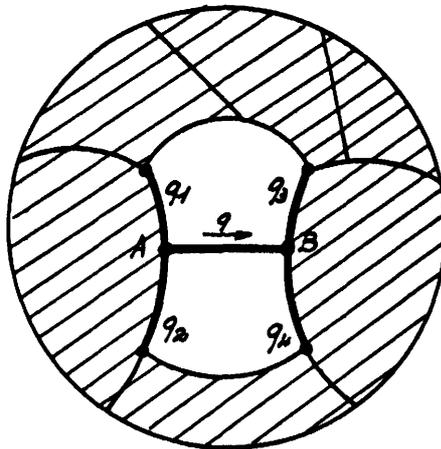


Fig 9

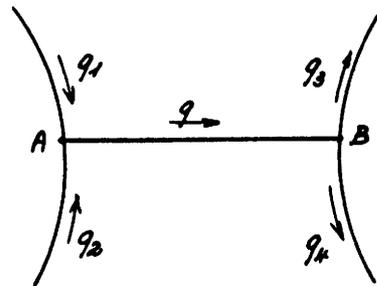
" Quelles sont les conditions dans lesquelles une inversion  
" d'aérage peut avoir lieu dans la branche A.B. ?

---

Il y a quatre combinaisons possibles pour les courants  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  et  $q_4$  :

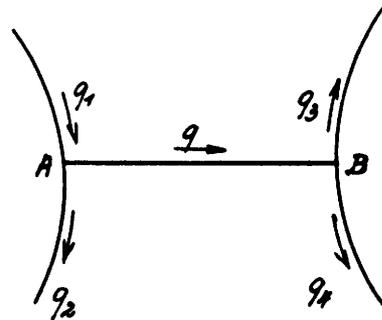
1.  $(q_1 + q_2 = q$   
 $(q_3 + q_4 = q$

Fig. 10



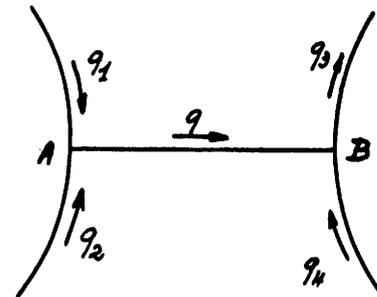
2.  $(q_1 - q_2 = q$   
 $(q_3 + q_4 = q$

Fig. 11



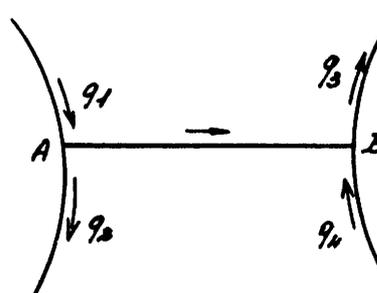
3.  $(q_1 + q_2 = q$   
 $(q_3 - q_4 = q$

Fig. 12



4.  $(q_1 - q_2 = q$   
 $(q_3 - q_4 = q$

Fig. 13



On voit tout de suite que dans le cas des figures 10, 11 et 12, l'inversion dans AB ne peut intervenir que si l'un des courants (deux dans le cas de la figure 10) change de sens au préalable, sinon il y aurait dans chaque cas au moins une extrémité de AB où tous les courants seraient ou convergents ou divergents, ce qui est impossible.

Après le (ou les) changements nécessaires de  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  ou  $q_4$ , on est, dans tous les cas ramené au cas de la figure 13.

Une branche ne peut donc être instable que dans la disposition de la figure 13.

Si l'on cherche à quelles configurations de champs de filets correspond cette disposition, on trouve les 4 cas, suivant figures 14, 15, 16 et 17.

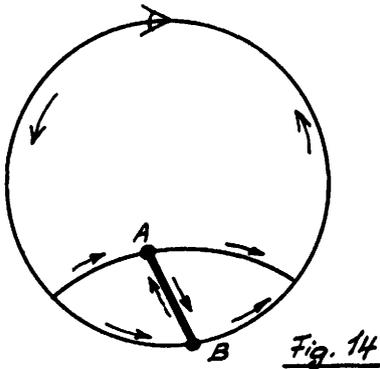


Fig. 14 : la branche AB est une diagonale. Son instabilité ne résulte pas de l'action simultanée de deux sources, ce n'est pas le cas visé par Budryk.

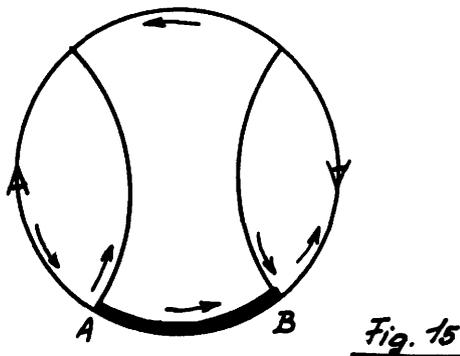


Fig. 15 : la branche AB est un élément de circuit principal de sources en harmonie, elle est stable en toutes circonstances.

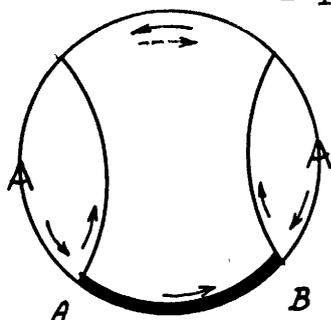


Fig. 16

Fig. 16 : la branche AB est un élément de circuit principal de sources en opposition. Ce cas d'instabilité n'est pas visé par la théorie de Budryk.

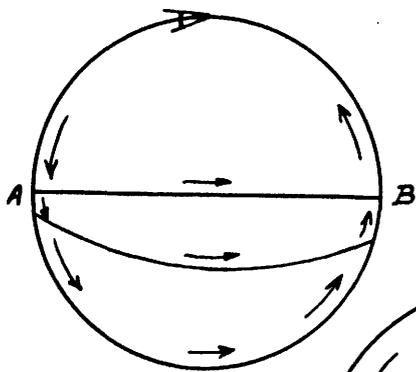


Fig. 17

Fig. 17 : la branche AB est l'une des branches d'un circuit comportant au moins 3 branches. S'il n'y a qu'une source aéromotrice, il n'y a pas d'instabilité, mais s'il y a une (ou plusieurs) sources aéromotrices en harmonie sur une ou plusieurs des autres branches (figure 18) AB est frappée d'instabilité.

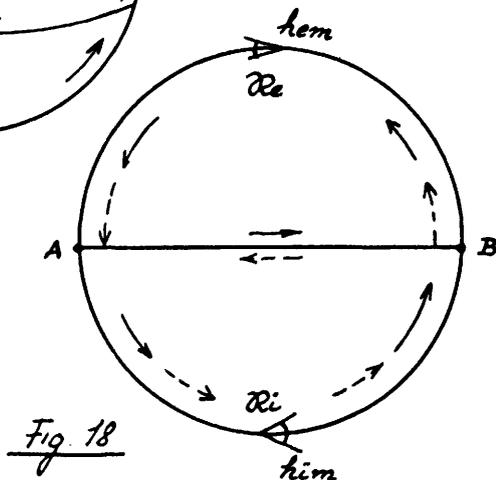


Fig. 18

Cette branche se trouve être une latérale reliant deux points d'un circuit principal dont chacune des parties ainsi déterminée contient une ou des sources aéromotrices constituant des ensembles "en harmonie", et il n'y a pas d'autre cas d'instabilité résultant de l'action simultanée de deux sources (ou groupes de sources) en harmonie.

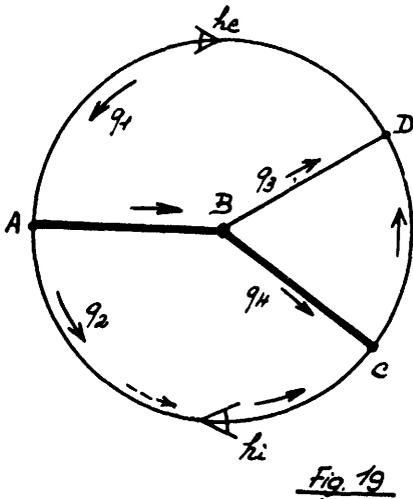
Si dans ces conditions, on appelle  $h_{em}$  la force aéromotrice moyenne pondérée qui agit sur les filets du demi-champ externe des points AB,  $R_e$  la résistance de ce demi-champ,  $h_{im}$  la force aéromotrice moyenne pondérée qui agit sur les filets du demi-champ interne et  $R_i$  la résistance de ce demi-champ, la condition d'écoulement de l'air de A vers B ou  $H_A > H_B$  conduit, comme dans le cas élémentaire et par le même calcul (1) à la formule :

$$\frac{h_{em}}{h_{im}} > \frac{R_e}{R_i} \quad \text{ou} \quad \frac{h_{em}}{R_e} > \frac{h_{im}}{R_i}$$

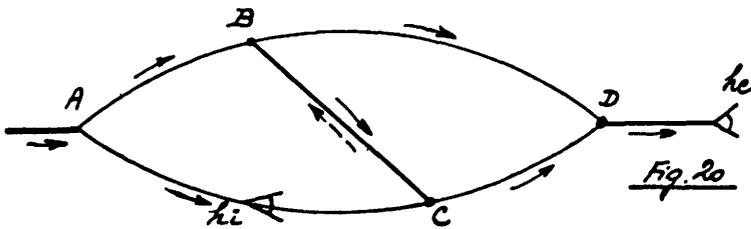
qui se révèle ainsi être bien applicable au cas le plus général d'un réseau quelconque comportant un nombre quelconque de sources aéromotrices, sous la seule restriction que la branche étudiée soit une latérale réunissant deux points d'un circuit principal de sources en harmonie dans les conditions de la figure 18, c'est à-dire que chacune des deux sources (ou groupe de sources) tend à faire circuler l'air dans la branche étudiée en sens inverse de l'autre.

(1) Chapitre IV, page 4.

Lorsqu'une latérale, c'est-à-dire une branche qui se détache du circuit principal, ou qui y aboutit, ne relie pas deux points du circuit principal, c'est qu'elle constitue avec d'autres branches "un réseau" plus ou moins complexe qui relie entre eux plusieurs points du circuit principal. Un tel réseau forme nécessairement avec les branches du circuit principal des "mailles" dont certaines branches (et peut être la branche étudiée) sont des diagonales, c'est-à-dire des branches susceptibles d'être frappées à la fois d'instabilité du 1er ordre et d'instabilité du 2e ordre; et ce n'est qu'après une ou plusieurs inversions d'aéragé dans ces branches que la branche étudiée devient une latérale reliant deux points du circuit principal.

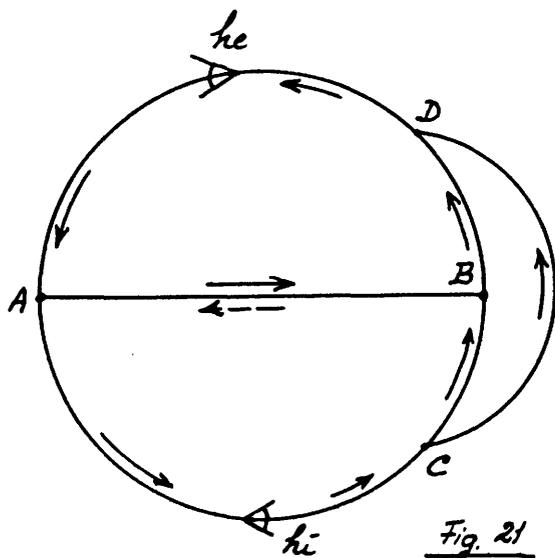


L'exemple le plus simple est celui de la figure 19, où l'on voit que la latérale A.B. ne "relie pas 2" "points du circuit principal des "sources. Une inversion dans AB "ne peut pas avoir lieu sans qu'il "y ait eu auparavant une inversion "dans BC ou dans BD. Une inversion "dans BD ne peut pas intervenir "avant les autres en l'absence de "source aéromotrice dans la maille "B.C.D.; par contre une inversion "dans CB (fig. 20) peut avoir lieu, "même en l'absence de  $h_i$ , sous "l'action d'une simple variation "de résistance d'une des branches "de la cellule fondamentale, ou "sous l'action d'une augmentation "de  $h_i$  (1) équivalente, en l'occu- "rence, à une diminution de résis- "tance de la branche AC".

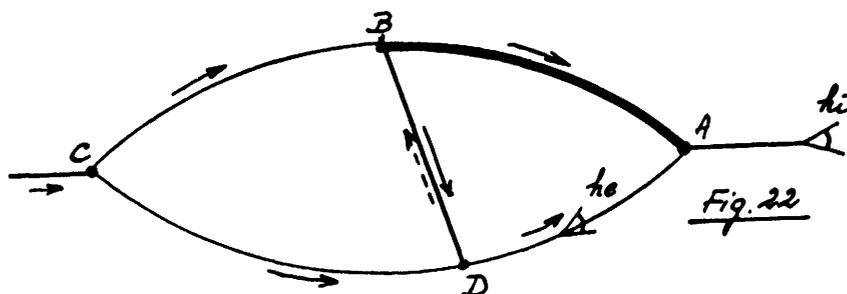


Après cette inversion, le point B est sur le circuit principal des sources (fig.21) et l'inversion est possible dans AB dans les conditions étudiées ci-dessus.

(1) Le cas échéant d'une diminution de  $h_e$ .



Une inversion dans la branche BD (latérale dans la fig. 19 mais élément de circuit principal dans la fig. 21) est alors possible (mais seulement après l'inversion dans AB) soit sous l'action d'une simple variation de résistance de branches de la cellule fondamentale soit sous l'action d'une diminution de  $h_e$  (1) (équivalente, en l'occurrence, à une augmentation de résistance de DA). Dans la figure 22, BD est une diagonale par rapport à la source  $h_i$ .



Ce "réseau de latérales" est donc instable, dans son ensemble, mais l'instabilité se manifeste en plusieurs stades, l'un d'eux, le plus grave, car c'est celui qui ramène effectivement des fumées sur l'entrée d'air, étant obligatoirement l'inversion d'aérage dans une branche reliant deux points du circuit principal de l'incendie encadrant l'incendie.

La condition de stabilité d'une telle branche, régie par la formule fondamentale reste donc, en tout état de cause, la condition principale de la sécurité en cas d'incendie dont les effets se manifestent en aérage montant.

---

(1) Le cas échéant d'une augmentation de  $h_i$ .

A N N E X E    I I I

PERTURBATION DE L'AERAGE D'UNE MINE PAR UN INCENDIE  
INFLUENCE DE LA TEMPERATURE DES FUMEEES



## O.0 Résumé

L'influence de l'élévation de température due à l'incendie est double : d'une part les fumées chaudes provoquent l'apparition de sources aéromotrices dans les branches non horizontales qu'elles parcourent, d'autre part, l'accroissement du volume de gaz dû à l'élévation de température entraîne une augmentation de la vitesse et de la perte de charge due à l'écoulement. L'étude quantitative de ces phénomènes montre qu'ils s'opposent l'un à l'autre; il en résulte que la perturbation nette de l'aéragé par les fumées est maximum pour une température qu'on peut calculer dans certains cas. On en déduit une évaluation du risque d'inversion dans une branche parallèle à la branche en feu.

## O.1 Notations

H (kg/m<sup>2</sup>) : chute de pression provoquée par l'écoulement,  
z (m) : altitude ou cote d'un point,  
L (m) : longueur de galerie,  
D (m) : diamètre hydraulique,  
P (m) : périmètre de la section droite d'une galerie,  
S (m<sup>2</sup>) : surface de la section droite d'une galerie,  
G (kg/s) : débit pondéral d'air ou de fumées,  
Q (m<sup>3</sup>/s) : débit en volume d'air ou de fumées,  
R (kgs<sup>2</sup>/m<sup>8</sup>) = H/Q<sup>2</sup> : résistance d'une galerie à l'écoulement,  
V (m/s) : vitesse de l'air (moyenne dans une section donnée),  
indice a : air (frais), } à un endroit précisé dans l'exposé  
indice f : fumées }  
indice o : état de référence de l'air  
(par exemple 0 °C, 760 mm Hg:  $\gamma_0 = 1,293 \text{ kg/m}^3$ ).

### 1. Lois d'écoulement d'un fluide compressible dans un conduit fixe.

1.1 L'application des lois de la thermodynamique à 1 kg de fluide traversant en régime un conduit fixe qui ne comporte aucun organe moteur (piston, rotor ailetté,...) fournit la relation :

$$d\zeta_{fr} = - dz - \frac{dp}{\gamma} - \frac{VdV}{g} \text{ (kgm/kg);}$$

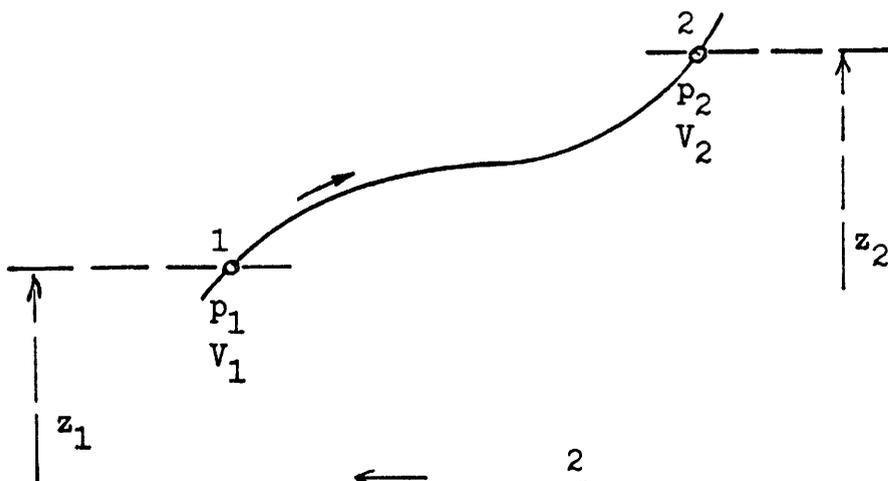


Fig. 1

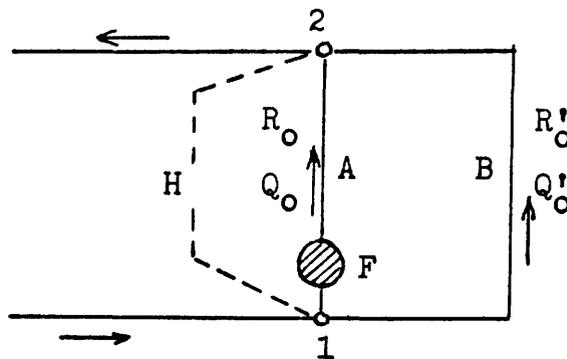


Fig. 2

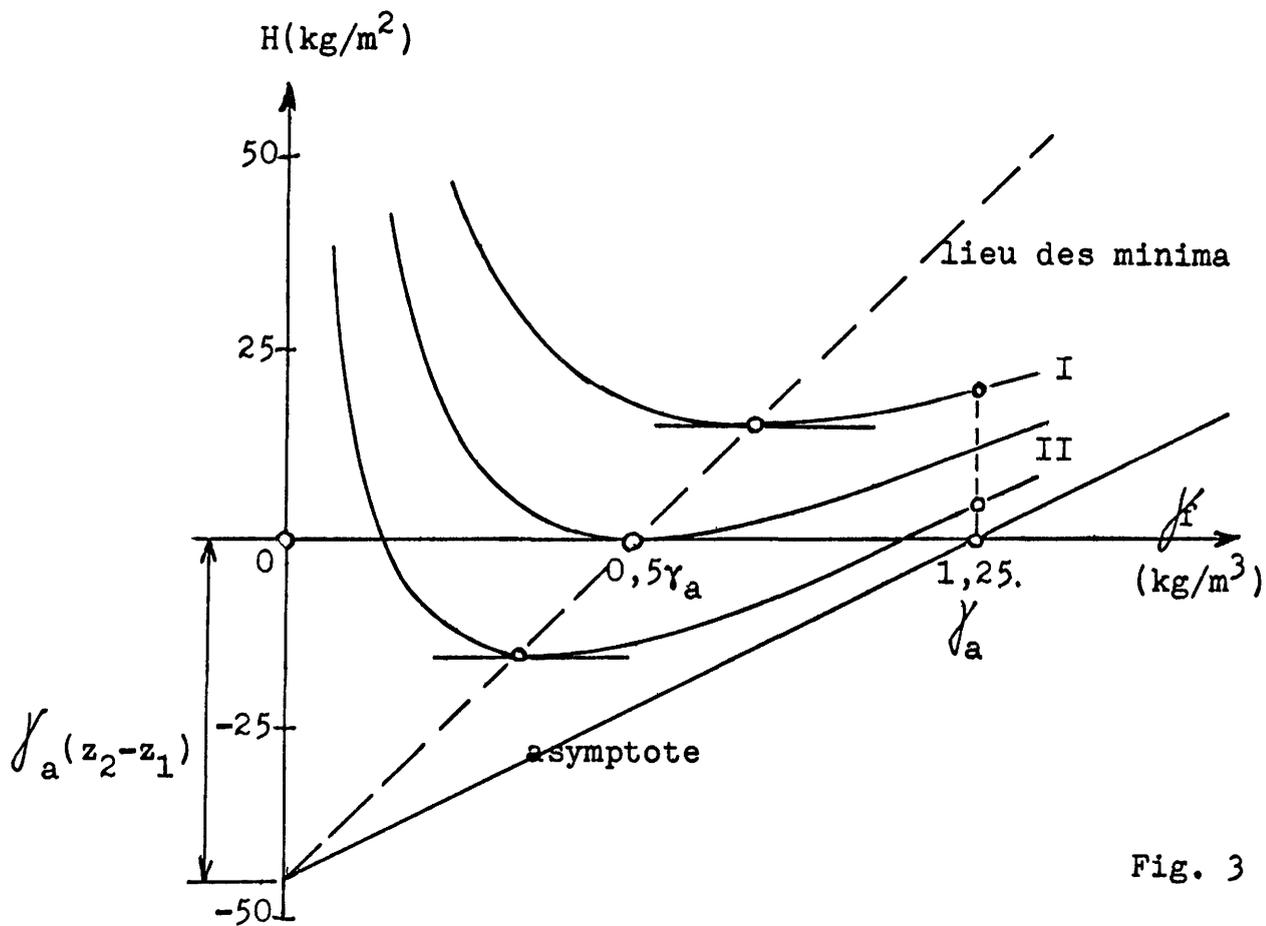


Fig. 3

$\zeta_{fr}$  représente les travaux de frottement inhérents à l'écoulement et se produisant au sein du fluide ainsi qu'au contact du fluide avec les parois. Si on intègre cette relation entre l'entrée 1 et la sortie 2 d'un conduit (fig. 1), après avoir multiplié les deux membres par le poids spécifique  $\gamma$ , on obtient :

$$\int_1^2 \gamma d\zeta_{fr} = \int_1^2 \gamma dz + p_1 - p_2 + \int_1^2 \gamma \frac{v dv}{g}$$

En général, la vitesse  $V$  est faible, ou bien sa variation le long du conduit peu importante; c'est pourquoi on peut négliger la dernière intégrale. On a donc pratiquement :

$$\int_1^2 \gamma d\zeta_{fr} = \int_1^2 \gamma dz + p_1 - p_2 \quad \text{ou} \quad p_1 - p_2 = \int_1^2 \gamma dz + \int_1^2 \gamma d\zeta_{fr} \quad (1)$$

L'intégrale  $\int_1^2 \gamma dz$  représente la pression statique exercée par le poids de la colonne de fluide comprise entre les niveaux  $z_1$  et  $z_2$ ; d'ailleurs, en l'absence d'écoulement, la relation (1) s'écrit :

$$p_1 - p_2 = \int_1^2 \gamma dz.$$

On voit donc que  $\int_1^2 \gamma d\zeta_{fr}$  est la chute de pression supplémentaire, qui se produit du fait de l'écoulement de 1 vers 2, et qui se superpose à la variation  $\int_1^2 \gamma dz$  inhérente à la différence d'altitude  $z_2 - z_1$ . Quant au signe des intégrales, si celui de  $\int_1^2 \gamma dz$  est parfaitement déterminé par celui de la différence  $z_2 - z_1$ , par contre  $\int_1^2 \gamma d\zeta_{fr}$  doit être affectée du signe  $+$  ou du signe  $-$  suivant que l'écoulement a lieu de 1 vers 2 ou de 2 vers 1, de sorte qu'en l'absence de dénivellation ( $z_1 = z_2$ ), la pression absolue décroisse toujours de l'entrée du conduit vers sa sortie.

Si entre les points 1 et 2 se trouve une source favorisant l'écoulement de 1 vers 2 en relevant la pression de  $h$  kg/m<sup>2</sup> entre son aspiration et son refoulement, la pression à la sortie sera relevée d'autant et l'on aura :

$$p_2 = p_1 - \int_1^2 \gamma dz - \int_1^2 \gamma d\zeta_{fr} + h$$

ou

$$p_1 - p_2 = \int_1^2 \gamma dz + \int_1^2 \gamma d\zeta_{fr} - h.$$

1.2 L'analyse dimensionnelle permet d'exprimer la grandeur des travaux de frottement  $\zeta_{fr}$  dus à l'écoulement d'un fluide dans un conduit de diamètre  $D$ , de la façon suivante :

$$\zeta_{fr} = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g},$$

En ventilation minière, l'importance de la turbulence fait que  $\lambda$ , coefficient sans dimension peut être considéré comme fonction uniquement de la rugosité relative des parois. Pour un conduit de section droite non circulaire, on remplace le diamètre D par le diamètre hydraulique  $4 S/P$  :

$$\zeta_{fr} = \lambda \frac{LP}{4S} \frac{v^2}{2g} = \frac{\lambda LP Q^2}{8gS^3} .$$

La chute de pression correspondante vaudra :

$$H = \gamma \zeta_{fr} = \frac{\gamma \lambda LP}{8gS^3} \cdot Q^2 \quad (1')$$

ou encore

$$H = RQ^2 \text{ avec } R = \frac{\gamma \lambda LP}{8gS^3} .$$

Dans ces formules Q est le débit volumique ( $m^3/s$ ) dans le conduit et R sa résistance à l'écoulement en kmurgues ( $kgs^2/m^8$ ).

On constate que R contient non seulement des paramètres géométriques (longueur, section, périmètre, rugosité), mais encore le poids spécifique  $\gamma$  du fluide; celui-ci influence par ailleurs le débit en volume, puisque

$$Q = G/\gamma$$

G étant le débit pondéral.

En ventilation minière, on n'utilise pas d'ordinaire les débits pondéraux, on préfère tenir compte de la variation du poids spécifique  $\gamma$  en ramenant le débit en volume à un état de référence, par exemple l'état normal (0 °C, 760 mm Hg), état pour lequel on a  $\gamma_0 = 1,293 \text{ kg/m}^3$  ; on a évidemment :

$$Q = \frac{G}{\gamma} = \frac{G}{\gamma_0} \frac{\gamma_0}{\gamma} = Q_0 \frac{\gamma_0}{\gamma} , \text{ d'où}$$

$$H = \frac{\gamma \lambda LP}{8gS^3} \frac{Q_0^2 \gamma_0^2}{\gamma^2} = \frac{\gamma_0 \lambda LP}{8gS^3} \cdot Q_0^2 \left( \frac{\gamma_0}{\gamma} \right)$$

ou encore

$$H = R_0 Q_0^2 \left( \frac{\gamma_0}{\gamma} \right) \quad (2)$$

$R_0$  étant la résistance offerte par le circuit à un fluide possédant réellement le poids spécifique  $\gamma_0$ .

On voit donc que si le fluide passe de l'état  $o$  à un état quelconque, le débit massique restant constant, il faut appliquer à la perte de charge  $H_o = R_o Q_o^2$  calculée pour l'état  $o$  le facteur de correction  $\frac{\gamma_o}{\gamma}$ . Ce facteur résulte d'une part de la correction de la résistance:

$$R = R_o \frac{\gamma}{\gamma_o} ;$$

d'autre part de la correction du débit volumique

$$Q = Q_o \left( \frac{\gamma_o}{\gamma} \right).$$

Si dans une branche donnée le poids spécifique ne peut être considéré comme constant, les relations (1'), (2) doivent être écrites sous forme différentielle:

$$\gamma d\zeta_{fr} = dH = \frac{\gamma_o \lambda P}{8gS^3} Q_o^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma} \right) dL = r_o Q_o^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma} \right) dL$$

$r_o$  représentant la résistance du circuit par unité de longueur.

En intégrant, on a ensuite :

$$H = r_o Q_o^2 \int_c^L \left( \frac{\gamma_o}{\gamma} \right) dL. \quad (2')$$

Remarquons que les formes précédentes donnent la grandeur (valeur absolue) de la chute de pression due à l'écoulement; quant au signe, il est fixé par le sens de l'écoulement.

1.3 En combinant les relations (1) (1') et (2) ou (2'), on obtient, si le poids spécifique varie entre les points 1 et 2 :

$$p_1 - p_2 = \int_1^2 \gamma dz \pm r_o Q_o^2 \cdot \int_1^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma} \right) dL \quad (3)$$

et s'il reste pratiquement constant entre les points 1 et 2 :

$$p_1 - p_2 = \gamma (z_2 - z_1) \pm R_o Q_o^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma} \right) \quad (3')$$

le signe + correspondant à l'écoulement de 1 vers 2.

## 2. Condition d'inversion dans une branche B parallèle à une branche A dans laquelle a pris naissance un feu.

### 2.1 Hypothèses

- énergie cinétique négligée,
- débit massique constant dans la branche en feu,
- pas de voies horizontales dans la branche en feu,

- pas de variation du poids spécifique entre les noeuds 1 et 2, l'incendie prenant naissance au niveau inférieur (cfr. fig. 2).

### Thèses.

1. La perturbation de l'aéragé par l'incendie passe par un maximum pour une certaine température des fumées.
2. Le risque d'inversion dans la branche B dépend à la fois de la température des fumées et de la perte de charge de la branche A avant l'incendie.
  - Si cette perte de charge est suffisamment élevée, la branche B ne sera jamais en inversion mais subira une réduction de débit maximum pour une température des fumées inférieure à 300°C.
  - Pour une valeur particulière de la perte de charge de A, la branche B sera neutre pour une seule température des fumées de l'ordre de 300°C, le sens de l'écoulement dans B restant normal pour toute autre température.
  - Pour une perte de charge dans A suffisamment basse, la branche B sera en inversion pour une plage de températures s'étendant de part et d'autre de 300°C, tandis que l'écoulement dans B garde un sens normal à la fois pour des températures plus élevées et plus basses. Le débit inverse sera maximum pour une température des fumées supérieure à 300°C.
3. Pour l'étude du risque d'inversion dans la branche B, la température la plus défavorable correspond à la condition

$$\gamma_f = 0,5 \gamma_a.$$

### Démonstration

1. Appliquons l'équation (3') à chacune des branches A et B, dont les résistances et débits valent respectivement pour de l'air à l'état normal:  $R_0$ ,  $Q_0$  et  $R'_0$ ,  $Q'_0$  :

- pour la branche A en feu (poids spécifique pratiquement uniforme  $\gamma_f$ )

$$p_1 - p_2 = \gamma_f (z_2 - z_1) + R_0 Q_0^2 \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_f} \right)$$

- pour la branche B (poids spécifique  $\gamma_a$  de l'air en l'absence d'incendie)

$$p_1 - p_2 = \gamma_a (z_2 - z_1) + R'_0 Q'_0{}^2 \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_a} \right).$$

On en déduit, en éliminant  $p_1 - p_2$  entre ces relations :

$$R'_0 Q'^2_0 \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_a}\right) = -(\gamma_a - \gamma_f) (z_2 - z_1) + R_0 Q^2_0 \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_f}\right) \quad (4)$$

En l'absence d'incendie, les pertes de charge suivant les trajets A et B étaient égales :

$$R'_0 Q'^2_0 \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_a}\right) = R_0 Q^2_0 \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_a}\right). \quad (5)$$

En comparant les formules (4) et (5), on voit qu'au point de vue de la ventilation, l'existence de l'incendie se manifeste d'une part par accroissement fictif de la résistance  $R_0$  dans le rapport  $\gamma_a/\gamma_f$  et d'autre part par l'insertion dans la branche en feu d'une source de dépression  $(\gamma_a - \gamma_f) (z_2 - z_1)$  favorisant l'écoulement, le signe moins dans la formule (4) correspondant à une réduction de perte de charge.

En considérant la formule (4), il est aisé de prouver que la perturbation de la ventilation n'est pas une fonction continuellement croissante de la température des gaz de la galerie en feu, mais qu'il existe une température déterminée rendant la perturbation maximum. La démonstration est simple si nous supposons (provisoirement) que le débit  $Q_0$  dans la branche en feu, pris à l'état de référence, est indépendant de  $\gamma_f$ . Dans ce cas, la fonction

$$H = F(\gamma_f) = -(\gamma_a - \gamma_f)(z_2 - z_1) + R_0 Q^2_0 \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_f}\right) \quad (4')$$

qui constitue la différence de charge (en  $\text{kg/m}^2$ ) entre les points 1 et 2, est par rapport à la variable  $\gamma_f = x$  du type

$$y = a + bx + \frac{c}{x} \quad (\text{voir figure 3})$$

et est représentée<sup>+) dans un diagramme  $H, \gamma_f$  par une hyperbole ayant pour asymptotes l'axe vertical ( $\gamma_f = 0$ ) et la droite</sup>

$$H = -(\gamma_a - \gamma_f) (z_2 - z_1).$$

Seule la partie de cette courbe située à droite de l'axe vertical ( $\gamma_f > 0$ ) possède une signification physique. Cette partie passe évidemment par un minimum, qui peut être négatif si  $\gamma_a(z_2 - z_1)$  est relativement grand ou  $R_0 Q^2_0$  relativement petit. Comme dans la branche B on a toujours

$$H = R'_0 Q'^2_0 \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_a}\right)$$

la variation de  $H$  entraîne une variation de même sens de  $Q'_0$ ; éventuellement, si  $H$  devient négatif, le débit s'inverse

<sup>+) voir figure 3</sup>

dans la branche B. La partie de la courbe  $H = F(\gamma_f)$  située sous l'axe des abscisses offre donc un intérêt pratique évident, puisqu'elle correspond à la plage des valeurs de  $\gamma_f$  pour lesquelles la branche B est en inversion.

La valeur de  $\gamma_f$  correspondant au minimum de la fonction  $H = F(\gamma_f)$  est la racine positive de l'équation  $dH/d\gamma_f = 0$ , c'est-à-dire

$$(z_2 - z_1) - R_o Q_o^2 \gamma_o \left(\frac{1}{\gamma_f}\right)^2 = 0$$

d'où

$$(\gamma_f)_{\min} = \gamma_o \sqrt{\frac{R_o Q_o^2}{\gamma_o (z_2 - z_1)}} \quad (6)$$

En reportant cette valeur de  $\gamma_f$  dans (4'), on trouve :

$$H_{\min} = -\gamma_a (z_2 - z_1) + 2 \sqrt{R_o Q_o^2 \gamma_o (z_2 - z_1)} \quad (7)$$

$$= -\gamma_a (z_2 - z_1) + 2\gamma_o (z_2 - z_1) \sqrt{\frac{R_o Q_o^2}{\gamma_o (z_2 - z_1)}} \quad (7')$$

Exemple

Soit  $z_2 - z_1 = 36 \text{ m}$        $\gamma_a = 1,25 \text{ kg/m}^3$   
 d'où  $\gamma_a (z_2 - z_1) = 45 \text{ kg/m}^2$ .

Si la perte de charge du chantier A où a pris naissance le feu est de  $20 \text{ kg/m}^2$  dans les conditions réelles, c'est-à-dire  $R_a Q_a^2 = R_o Q_o^2 \left(\frac{\gamma_o}{\gamma_a}\right) = 20 \text{ kg/m}^2$ , la variation de H en fonction de

$\gamma_f$  se présente suivant la courbe I de la figure 3. La perturbation maximum de la ventilation se produira pour

$$\begin{aligned} (\gamma_f)_{\min} &= \gamma_o \sqrt{\frac{R_o Q_o^2}{\gamma_o (z_2 - z_1)}} = \gamma_a \sqrt{\frac{R_a Q_a^2}{\gamma_a (z_2 - z_1)}} \quad +) = 1,25 \sqrt{\frac{20}{45}} \\ &= 1,25 \times \frac{2}{3} = 0,833 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

+ ) voir bas page suivante

ce qui, pour  $p = 800$  mm Hg, correspond à  $T = 446^\circ\text{K} = 173^\circ\text{C}$ .  
la différence de charge minimum entre 1 et 2 sera

$$H_{\min} = -\gamma_a(z_2 - z_1) + 2 \sqrt{R_a Q_a^2 \gamma_a(z_2 - z_1)} \quad +)$$

$$= -45 + 2 \sqrt{20 \times 45} = 15 \text{ kg/m}^2.$$

Si par contre la perte de charge du chantier où a pris naissance le feu est de  $5 \text{ kg/m}^2$ , on trouve (fig. 3, courbe II):

$$(\gamma_f)_{\min} = 1,25 \sqrt{\frac{5}{45}} = \frac{1,25}{3} = 0,417 \text{ kg/m}^3$$

ce qui correspond à  $T = 892^\circ\text{K} = 619^\circ\text{C}$ .

La différence de charge entre 1 et 2, correspondant à  $(\gamma_f)_{\min}$  vaut:

$$H_{\min} = -45 + 2 \sqrt{5 \times 45} = -15 \text{ kg/m}^2;$$

elle est négative et implique une inversion dans la branche B. D'ailleurs pour cet exemple  $H$  est négatif pour  $0,16 < \gamma_f < 1,09 \text{ kg/m}^3$

Cet exemple montre que la température qui correspond au minimum de la courbe  $H = F(\gamma_f)$  est facilement atteinte et dépassée dans les incendies de mine.

2. En vue d'établir la deuxième partie de la thèse, examinons comment se modifie la courbe  $H = f(\gamma_f)$  lorsqu'on donne à  $R_a Q_a^2$  diverses valeurs,  $\gamma_a$  et  $z_2 - z_1$  restant invariables.

L'équation (4)

$$H = -(\gamma_a - \gamma_f)(z_2 - z_1) + R_a Q_a^2 \left(\frac{\gamma_a}{\gamma_f}\right)$$

est celle d'une famille d'hyperboles de paramètre  $R_a Q_a^2$ . Comme celui-ci n'intervient pas dans l'équation des asymptotes, celles-ci restent invariables. Les courbes se rapprochent d'autant plus des asymptotes que  $R_a Q_a^2$  est plus petit; on s'en convainc aisément en remarquant que l'ordonnée de la courbe correspondant à l'abscisse  $\gamma_f = \gamma_a$  est précisément  $H = R_a Q_a^2$ . Il existe donc une

+) Ces formules se confondent avec celles écrites antérieurement, si l'on choisit l'état a pour état de référence, celui-ci étant de toute façon arbitraire.

valeur critique de  $R_a Q_a^2$  à partir de laquelle la courbe devient tangente à l'axe horizontal; pour des valeurs encore plus faibles de  $R_a Q_a^2$ , une partie de la courbe se trouve sous l'axe horizontal; elle correspond à une plage de valeurs de  $\gamma_f$  (et donc de  $T_f$ ) pour laquelle la branche B voisine est en inversion. Les valeurs de  $\gamma_f$  délimitant cette plage sont racines de l'équation  $H = 0$  :

$$\gamma_f = 0,5\gamma_a \pm \sqrt{0,25\gamma_a^2 - \frac{R_a Q_a^2 \gamma_a}{z_2 - z_1}} ;$$

ces valeurs sont symétriques par rapport à  $0,5\gamma_a$ .

Quant au minimum de la courbe, qui correspond à la perturbation maximum de l'aéragé, on prouve aisément qu'il se déplace sur une droite coupant l'axe des abscisses au point  $0,5\gamma_a$ . En effet, les équations (6) et (7') constituent les équations paramétriques du lieu géométrique des minima, le paramètre étant

$$\sqrt{\frac{R_a Q_a^2}{\gamma_a (z_2 - z_1)}} .$$

En éliminant ce paramètre, on trouve immédiatement

$$H_{\min} = -\gamma_a (z_2 - z_1) + 2(\gamma_f)_{\min} (z_2 - z_1);$$

c'est l'équation d'une droite coupant l'axe des abscisses au point  $0,5\gamma_a$  et l'axe des ordonnées au point  $-\gamma_a (z_2 - z_1)$  (cf. fig. 3).

Le point d'intersection de cette droite avec l'axe des abscisses offre un intérêt particulier, car il remplit à la fois les conditions  $H = 0$  et  $\frac{dH}{d\gamma_f} = 0$ ; c'est le point de contact de l'hyperbole tangente à l'axe des x. Cette hyperbole et la valeur de  $R_a Q_a^2$  correspondante séparent le domaine des courbes qui ne coupent jamais l'axe des abscisses (inversions en B impossibles) et celles où l'inversion se produit dans une plage limitée de valeurs de  $\gamma_f$ , ou de  $T_f$ .

La figure 3 permet dès lors de justifier les conclusions de la deuxième partie de la thèse. Si la perte de charge entre les noeuds 1 et 2 est suffisamment élevée, l'inversion dans la branche B ne se produit pas, mais le débit  $\gamma$  passe par un minimum, correspondant à une valeur de  $\gamma_f$  supérieure à  $0,5\gamma_a$ , c'est-à-dire pour une température

des fumées inférieure à  $2T_a$  (donc environ  $600^\circ\text{K}$  ou  $300^\circ\text{C}$ ). Deuxièmement, il existe une valeur critique de la perte de charge normale entre 1 et 2 telle qu'on risque tout au plus l'arrêt de l'aéragage dans la branche B; cet arrêt se produira pour  $\gamma_f = 0,5\gamma_a$  (soit environ  $300^\circ\text{C}$ ). Enfin, si la perte de charge normale entre 1 et 2 est inférieure à cette valeur critique, la branche B sera en inversion pour une plage de valeurs de  $\gamma_f$  encadrant  $0,5\gamma_a$  de façon symétrique; le débit inverse sera maximum pour une valeur de  $\gamma_f$  plus faible que  $0,5\gamma_a$  (donc pour une température des fumées supérieure à environ  $300^\circ\text{C}$ ).

3. Par conséquent, lorsqu'on étudie le risque d'inversion avec l'intention de le réduire par une action appropriée, l'hypothèse  $\gamma_f = 0,5\gamma_a$  (ou, voir ci-après,  $T_f = 2T_a$ ) est toujours très voisine de la condition la plus défavorable. Ce choix est rigoureusement fondé si on arrive à éviter de justesse l'inversion; si on ne peut l'éviter, elle existera sûrement pour cette valeur de  $\gamma_f$  ainsi que pour des valeurs voisines; enfin, si le risque d'inversion est inexistant, l'erreur dans le choix de  $\gamma_f$  est sans conséquences.

#### Remarque

Dans tout ce paragraphe, nous avons considéré le poids spécifique des fumées comme paramètre. Bien qu'il ne soit pas directement mesurable, on le calcule aisément au moyen de l'équation des gaz parfaits :

$$\gamma_f = \frac{p}{R_f T_f} .$$

La pression  $p$ , pression atmosphérique locale, est très peu influencée par l'incendie.  $R_f$  est la constante spécifique des fumées; elle diffère également peu de celle de l'air, étant donné les influences opposées de  $\text{CO}_2$  (plus lourd que l'air) et de  $\text{H}_2\text{O}$  (plus léger). Ainsi, pour des fumées contenant 6% de  $\text{CO}_2$ , 6% de  $\text{H}_2\text{O}$ , 11% de  $\text{O}_2$ , le solde de  $\text{N}_2$ , on a  $R_f = 29,45 \text{ m}^\circ\text{C}$  au lieu de  $29,3 \text{ m}^\circ\text{C}$  pour l'air pur.

Il en résulte que le poids spécifique  $\gamma_f$  est influencé de façon prépondérante par la température  $T_f$  des fumées et l'on a, avec une excellente approximation :

$$\gamma_f T_f = \gamma_a T_a = \gamma_o T_o .$$

On aurait pu faire usage de ces relations pour éliminer dans les calculs précédents  $\gamma_f$  au profit de  $T_f$ . On aurait

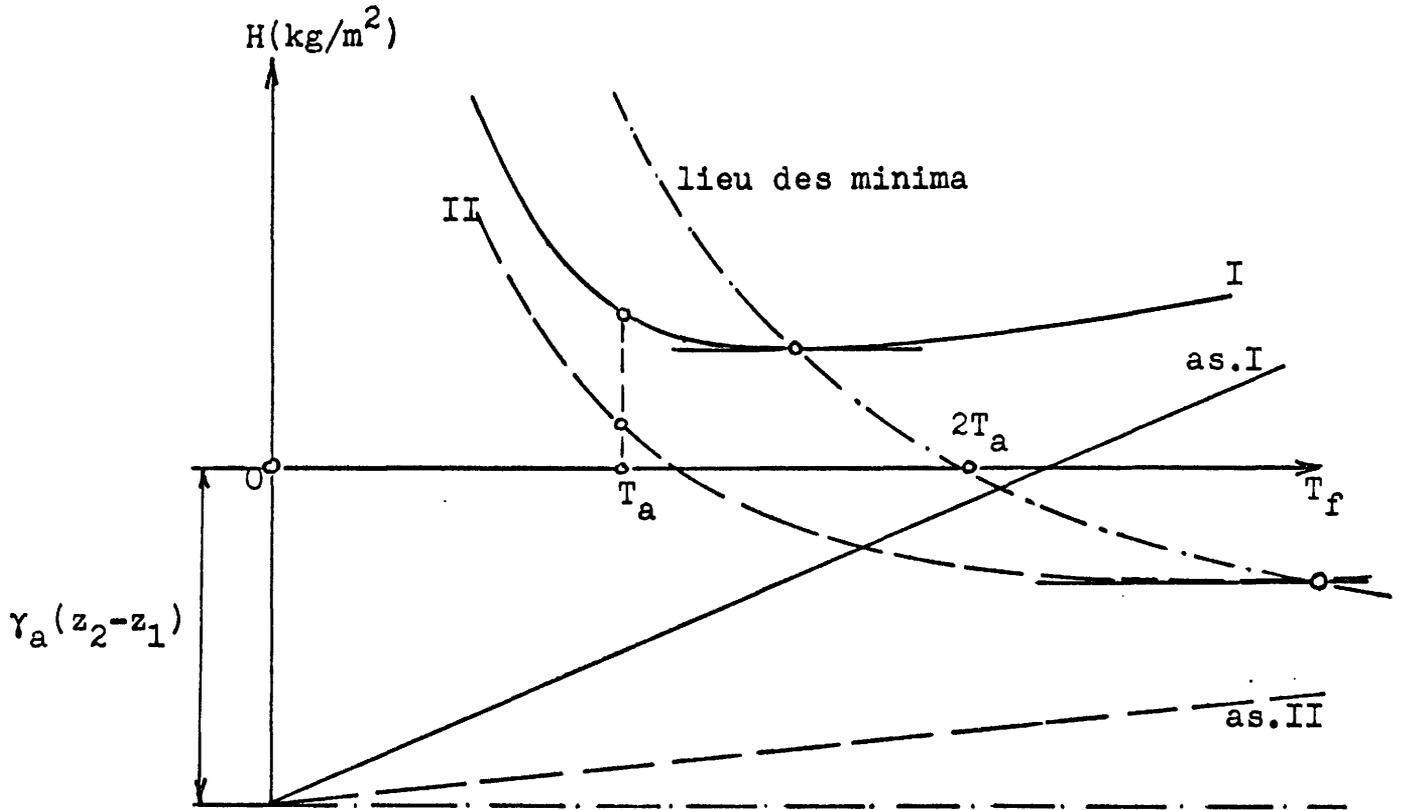


Fig. 4

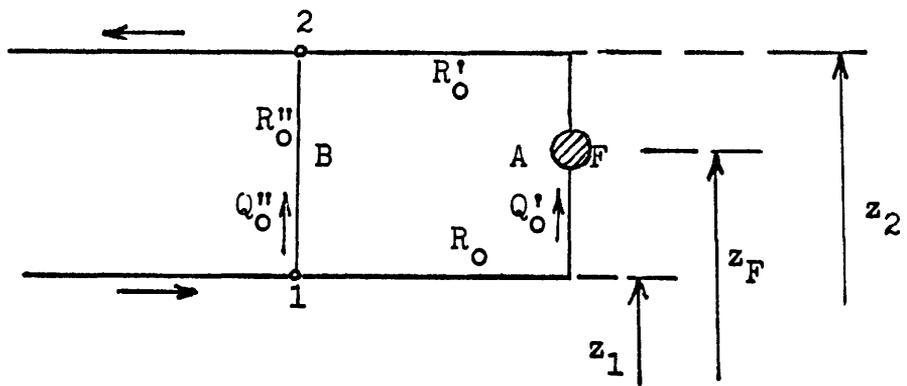


Fig. 5

ainsi, à la place de la relation (4'):

$$H = F(T_f) = -\gamma_o(z_2 - z_1) \left( \frac{T_o}{T_a} - \frac{T_o}{T_f} \right) + R_o Q_o^2 \left( \frac{T_f}{T_o} \right).$$

Dans un diagramme  $(H, T_f)$  (cf. figure 4), cette relation est représentée par une hyperbole ayant pour asymptotes l'axe vertical  $(T_f = 0)$  et la droite

$$H = -\gamma_o(z_2 - z_1) \frac{T_o}{T_a} + R_o Q_o^2 \frac{T_f}{T_o} .$$

On peut retrouver sur ce diagramme toutes les propriétés découvertes sur la figure 3, bien que les tracés soient un peu moins simples. En particulier, le lieu géométrique des minima de H a pour équation :

$$H = -\gamma_o(z_2 - z_1) \left( \frac{T_o}{T_a} - \frac{2T_o}{T_f} \right);$$

ce lieu coupe l'axe des abscisses au point  $T_f = 2T_a$  qui correspond à celui  $\gamma_f = 0,5 \gamma_a$  sur l'axe des abscisses de la figure 3, et à la température critique de  $300^\circ\text{C}$  environ, annoncée précédemment.

## 2.2 Hypothèses

- énergie cinétique négligée,
- débit massique constant dans la branche en feu,
- poids spécifiques constants  $\gamma_a$  en amont du foyer et  $\gamma_f$  en aval jusqu'au noeud 2.

Par rapport au paragraphe 2.1, nous admettons maintenant l'existence d'un parcours horizontal en amont et en aval du foyer, et un emplacement quelconque de celui-ci (fig. 5).

## Thèses

1. La perturbation de l'aérage par l'incendie passe encore par un maximum.
2. La température correspondant à cette perturbation maximum est généralement plus élevée que  $T_f = 2T_a$ .
3. Le risque d'inversion dans la branche B parallèle à celle en feu varie de façon complexe en fonction de la répartition des résistances en amont et en aval du foyer. Toutefois, on ne commet généralement pas une erreur importante en étudiant le risque d'inversion avec  $\gamma_f = 0,5 \gamma_a$ .

Démonstration

Admettons que dans la branche A le débit normal soit  $Q'_0$  et que la résistance comporte la partie  $R_0$  en amont du foyer et  $R'_0$  en aval, tandis que dans la branche B on a normalement le débit  $Q''_0$  et la résistance  $R''_0$ ; soit encore  $z_F$  la cote du foyer. Appliquons l'équation (3<sup>r</sup>) aux tronçons 1F et F2 de la branche A, ainsi qu'à la branche B; nous aurons :

$$p_1 - p_F = \gamma_a (z_F - z_1) + R_0 Q'_0{}^2 \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_a} \right)$$

$$p_F - p_2 = \gamma_f (z_2 - z_F) + R'_0 Q'_0{}^2 \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_f} \right)$$

$$p_1 - p_2 = \gamma_a (z_2 - z_1) + R''_0 Q''_0{}^2 \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_a} \right).$$

En éliminant  $p_1 - p_2$  et  $p_F$ , nous obtenons pour la perte de charge entre les noeuds 1 et 2 l'expression suivante :

$$H = R''_0 Q''_0{}^2 \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_a} \right) = - (\gamma_a - \gamma_f) (z_2 - z_F) + R_0 Q'_0{}^2 \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_a} \right) + R'_0 Q'_0{}^2 \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_f} \right). \quad (8)$$

En l'absence d'incendie, on aurait

$$H = R''_0 Q''_0{}^2 \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_a} \right) = R_0 Q'_0{}^2 \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_a} \right) + R'_0 Q'_0{}^2 \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_a} \right). \quad (9)$$

En comparant (8) et (9), on voit qu'au point de vue de la ventilation, l'existence de l'incendie se manifeste d'une part par l'accroissement dans le rapport  $\frac{\gamma_a}{\gamma_f}$  de la résistance de la partie de la branche A par les fumées et, d'autre part, par  $\frac{\gamma_a}{\gamma_f}$  parcourue dans cette branche d'une source de force aéromotrice  $(\gamma_a - \gamma_f)(z_2 - z_F)$ , proportionnelle à la hauteur de la colonne de fumées.

Admettons comme précédemment que le débit  $Q'_0$  est constant. La relation (8) montre alors immédiatement que la perturbation de la ventilation par l'incendie passe encore par un maximum pour une certaine valeur de  $\gamma_f$ , donc de  $T_f$ . En effet, tout comme la relation (4) du paragraphe 2.1, l'égalité (8) est représentée dans le

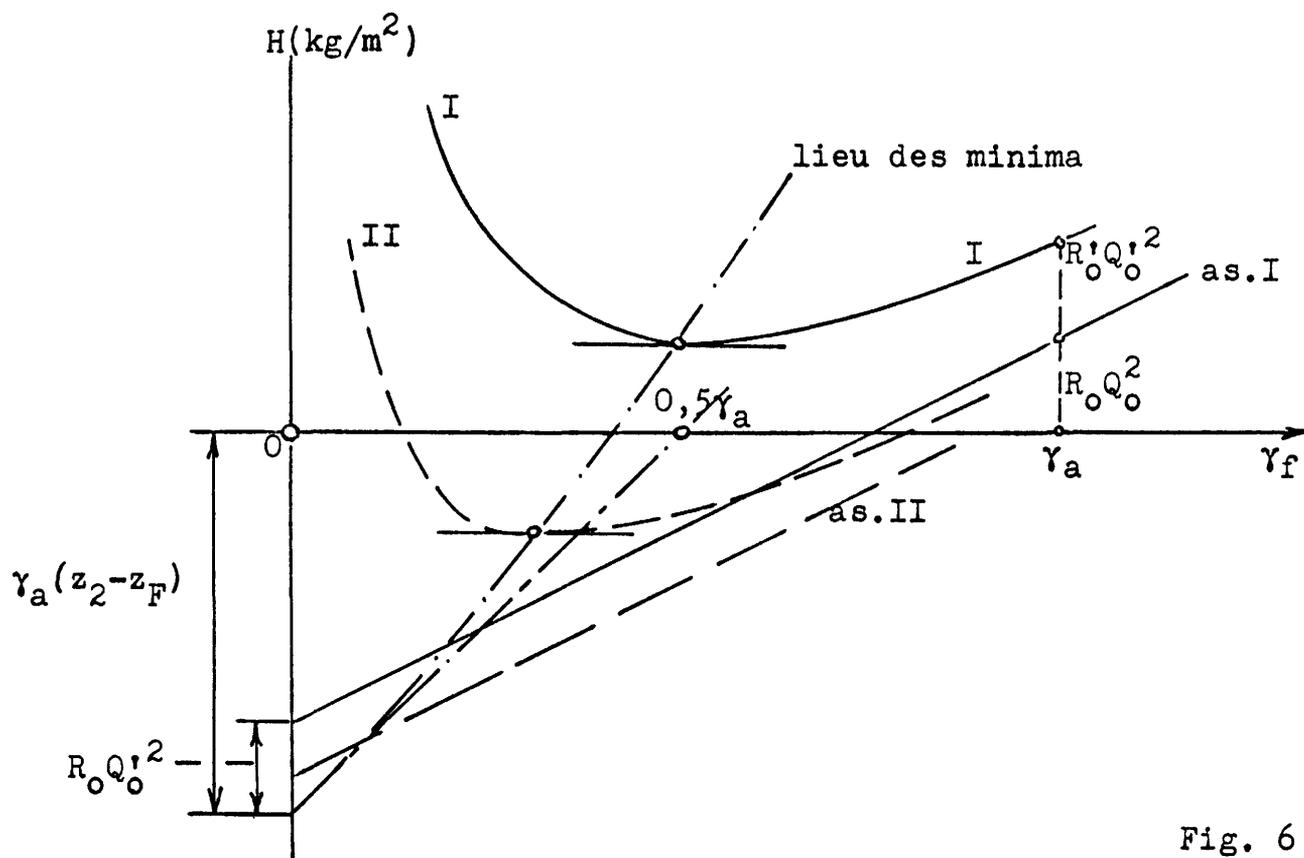


Fig. 6

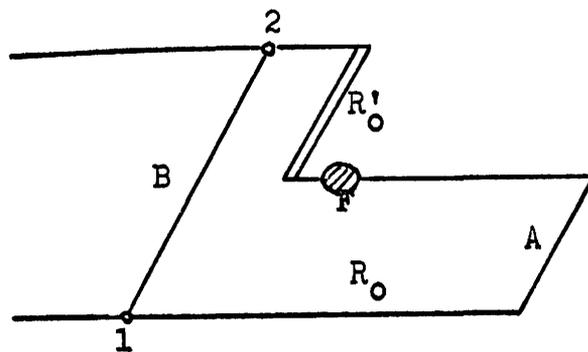


Fig. 7

diagramme H,  $y_f$  de la figure 6 par une hyperbole, ayant pour asymptotes l'axe vertical et la droite

$$H = - (y_a - y_f) (z_2 - z_F) + R_o Q_o'^2 \left( \frac{y_o}{y_a} \right).$$

Cette courbe présente un minimum pour  $0 < y_f < y_a$ , ce qui démontre la première partie de la thèse.

En vue de la discussion, il est commode d'introduire les notations suivantes :

$$k = \frac{R_o}{R_o + R_o'} , R_{t,o} = R_o + R_o' , x = \frac{z_2 - z_F}{z_2 - z_1} , y = \frac{R_{t,o} Q_o'^2 y_o}{y_a (z_2 - z_1)^2} . (9')$$

Avec ces notations, la relation (8) s'écrit :

$$\frac{H}{(z_2 - z_1)} = - x (y_a - y_f) + ky + (1 - k)y \frac{y_a}{y_f} . (8')$$

La condition  $dH/dy_f = 0$ , qui donne le minimum de la courbe  $H = F(y_f)$  devient :

$$x = \frac{y(1 - k)y_a}{y_f^2} . (10)$$

Lorsqu'on fait varier  $y$ , tandis que  $x$ ,  $k$  et  $y_a$  restent constants, le minimum de la courbe  $H = F(y_f)$  se déplace sur une courbe dont l'équation s'obtient en éliminant  $y$  entre (8') et (10). On trouve

$$\frac{H_{\min}}{z_2 - z_1} = x \left[ 2(y_f)_{\min} - y_a + \frac{k(y_f)_{\min}^2}{(1 - k)y_a} \right] (11)$$

Pour  $k = 0$ , cette relation devient

$$\frac{H_{\min}}{z_2 - z_1} = x \left[ 2(y_f)_{\min} - y_a \right] ;$$

elle se confond, au facteur  $x$  près qui, dans ce cas est égal à 1, avec la droite-lieu des minima découverte au paragraphe 2.1, qui coupe l'axe des abscisses au point  $y_f = 0,5 y_a$ .

Par conséquent, si la résistance de la branche A se trouve uniquement en aval du foyer, toutes les conclusions du paragraphe 2.1 restent valables.

Pour  $k \neq 0$  (c'est-à-dire lorsque la résistance de la branche est répartie entre l'amont et l'aval du foyer), l'équation (11) du lieu des minima comporte un terme supplémentaire en  $\gamma_f^2$ , essentiellement positif. Par conséquent, la courbe-lieu des minima est une parabole située au-dessus de la droite obtenue pour  $k = 0$  et coupant l'axe des abscisses ( $H = 0$ ) en un point où  $\gamma_f$  est inférieur à  $0,5 \gamma_a$ . Ce point, qui remplit les conditions  $H = 0$  et  $dH/d\gamma_f = 0$  est critique au point de vue du risque d'inversion. La température  $T_f$  correspondante est nécessairement supérieure à  $2 T_a$ , c'est-à-dire  $300^\circ\text{C}$ , ce qui démontre la deuxième partie de la thèse.

La formule (11) suggère que la valeur critique de  $\gamma_f$  sera d'autant plus écartée de  $0,5 \gamma_a$  que  $k$  est élevé. D'une façon plus précise, si on annule l'expression (11), on obtient une équation en  $\gamma_f$  dont la racine positive, seule à retenir, vaut

$$\gamma_f = \gamma_a \sqrt{\frac{1 - k - (1 - k)}{k}} \quad (12)$$

Cette expression ne permet pas de discuter aisément l'influence de  $k$ . En particulier, elle est indéterminée pour  $k = 0$ , mais sa valeur vraie est  $0,5$ , comme la relation (11) le fait prévoir. Pour des valeurs de  $k$  pas trop élevées, on peut développer (12) en série; on trouve ainsi :

$$\gamma_f = \gamma_a \left( \frac{1}{2} - \frac{k}{8} - \frac{k^2}{16} - \frac{5k^3}{128} \dots \right)$$

Ce développement montre que pour des valeurs normales de  $k$ , c'est-à-dire du rapport des résistances en amont et en aval du foyer dans la branche A, la valeur critique du poids spécifique au point de vue du danger d'inversion n'est que peu inférieure à  $0,5 \gamma_a$ . Par exemple, pour  $k = 0,5$ , c'est-à-dire la moitié de la résistance totale en amont du foyer, on trouve pour valeur critique de  $\gamma_f$ :  $0,414 \gamma_a$  soit  $T_f = 2,4 T_a$ , ce qui correspond à quelque  $440^\circ\text{C}$ .

Ces considérations justifient la troisième partie de la thèse.

#### Remarque

On notera que le poids spécifique critique est formellement indépendant de la variable  $x$ , c'est-à-dire du niveau du foyer par rapport aux galeries d'entrée et

de retour d'air formant la branche A. La position du foyer exerce cependant une influence indirecte en modifiant le rapport  $k$  des résistances amont et aval. De plus, il ne faut pas perdre de vue que, toutes autres choses restant égales, la force aéromotrice du feu et le risque d'inversion dans B sont proportionnels à la hauteur de la colonne de gaz chauds. En pratique, dans la plupart des cas, la position la plus défavorable du foyer se situera au pied du chantier. Une exception serait par exemple constituée par le cas d'un chantier dont le retour d'air se terminerait par une courte voie montante, de faible résistance (fig. 7). Il se pourrait alors que l'emplacement le plus défavorable du foyer soit le pied de cette galerie montante, car la réduction de la force aéromotrice des fumées pourrait être plus que compensée par la disparition de l'effet de freinage dû à l'expansion des gaz chauds (faible valeur de  $x$ , mais grande valeur de  $k$ ).

### 2.3 Hypothèses

- énergie cinétique négligée,
- débit massique constant le long de la branche en feu, mais variable en fonction de l'activité du foyer,
- poids spécifiques constants:  $\gamma_a$  en amont du foyer,  $\gamma_f$  en aval jusqu'au noeud 2.

Par rapport aux paragraphes 2.1 et 2.2, la différence consiste à ne plus considérer les débits  $Q_o$  ou  $Q'_o$  comme invariables.

### Thèses

1. En ce qui concerne le poids spécifique et la température critique des fumées, rien n'est modifié.
2. En ce qui concerne le risque d'inversion dans B, on le surestime en négligeant la variation du débit dans A.

### Démonstration

Dans les paragraphes précédents, on avait admis pour simplifier que le débit dans la branche A en feu donc  $Q_o$  ou  $Q'_a$ , ramené aux conditions de référence restait invariable. En réalité, il est impossible d'étudier le risque d'inversion dans une branche donnée sans tenir compte de l'ensemble du réseau dans lequel elle s'insère. Ce réseau impose une relation bien déterminée entre la différence de

hauteur de charge  $H$  aux bornes de la branche A et le débit massique qui la traverse. Cette relation ne peut être précisée analytiquement que dans des cas très simples; pour des réseaux ramifiés, elle peut être obtenue graphiquement; elle peut être déterminée expérimentalement dans tous les cas au moyen d'un simulateur d'aérage. Quoi qu'il en soit, on peut toujours admettre entre  $H$  et  $Q_0$  une relation du type

$$H = H_0 - R Q_0^2$$

pour autant qu'on ne fasse varier  $Q_0$  qu'entre des limites assez étroites.  $H_0$  est par exemple la charge du ventilateur principal supposé unique, dont le point de fonctionnement n'est pas sensiblement affecté par la variation limitée de  $Q_0$ , et  $R_0$  la résistance équivalente du chemin parcouru par  $Q_0$  en dehors de la branche A. Il devient dès lors possible d'éliminer dans les relations (4') du paragraphe 2.1 et (8) du paragraphe 2.2 le carré ( $Q_0^2$  ou  $Q_0'^2$ ) du débit de la branche en feu. On a par exemple à la place de (4') :

$$H = - (\gamma_a - \gamma_f)(z_2 - z_1) + \frac{(H_0 - H)R_0 \gamma_0}{R \gamma_f}$$

ou

$$H = \frac{H_0 (R_0/R) (\gamma_0/\gamma_f) - (\gamma_a - \gamma_f)(z_2 - z_1)}{1 + (R_0/R) (\gamma_0/\gamma_f)} \quad (13)$$

Dans le système  $H, \gamma_f$ , cette équation est celle d'une hyperbole ayant pour asymptotes la verticale  $\gamma_f = -\gamma_0 R_0/R$  et l'oblique

$$H = (z_2 - z_1) \left[ \gamma_f - \gamma_a \left( 1 + \frac{R_0 \gamma_0}{R \gamma_a} \right) \right]. \text{ Cette}$$

courbe présente un minimum pour  $0 < \gamma_f < \gamma_a$ . Lorsque le rapport  $R_0/R$  croît (c'est-à-dire si la résistance de la branche A augmente ou si la résistance du reste du réseau diminue), les deux asymptotes s'écartent symétriquement vers la gauche et vers la droite; leur point d'intersection se déplace sur un lieu dont l'équation s'obtient en éliminant le paramètre  $R_0/R$  entre leurs équations. On trouve ainsi

$$H = (z_2 - z_1) (2 \gamma_f - \gamma_a);$$

cette équation est la même que celle trouvée au paragraphe 2.1 pour le lieu des minima des courbes  $H = F(\gamma_f)$  avec  $Q_0 = \text{constante}$ . On peut vérifier (par des calculs fastidieux) que dans le cas présent, cette même droite est à la fois le lieu des minima et le lieu des points d'intersection des asymptotes. En particulier, le point  $\gamma_f = 0,5 \gamma_a$  reste celui où on a simultanément  $H = 0$ ,  $dH/d\gamma_f = 0$ .

Suivant la valeur de  $H_0 R_0 / \mathcal{R}$ , l'hyperbole (13) peut ne pas couper l'axe horizontal, y être tangente ou la couper en deux points. Les points d'intersection éventuels sont confondus avec ceux de la courbe

$$H = H_0 (R_0 / \mathcal{R}) (\gamma_0 / \gamma_f) - (\gamma_a - \gamma_f)(z_2 - z_1), \quad (14)$$

qui représente le numérateur de (13). Or, cette dernière fonction est la même que (4'), sauf que le carré du débit  $Q_0^2$  est remplacé par  $H_0 / \mathcal{R}$ . On peut donc conclure, par analogie avec le paragraphe 2.1 que si la valeur de  $H_0 (R_0 / \mathcal{R})$  est suffisamment élevée (par rapport à  $z_2 - z_1$ ),  $H$  ne sera jamais nul. Il existe une valeur particulière de  $H_0 R_0 / \mathcal{R}$  telle que  $H$  soit nul pour une seule valeur de  $\gamma_f$ , en l'occurrence  $\gamma_f = 0,5 \gamma_a$ . Enfin, pour des valeurs plus faibles de  $H_0 R_0 / \mathcal{R}$ ,  $H$  devient négatif dans une plage de valeurs de  $\gamma_f$  encadrant symétriquement  $\gamma_a$ .

C'est donc la valeur de  $H_0 (R_0 / \mathcal{R})$ , qui en plus du poids spécifique  $\gamma_f$  ou de la température  $T_f$ , détermine la position de la courbe  $H = F(\gamma_f)$  par rapport à l'axe horizontal, et par conséquent le risque d'inversion. Remarquons que  $H_0 (R_0 / \mathcal{R})$  peut s'écrire  $R_0 (H_0 / \mathcal{R})$ . On constate ainsi que la seule différence entre le paragraphe 2.1 et le paragraphe présent est que le carré du débit normal  $Q_0$  de la branche A est remplacé par  $H_0 / \mathcal{R}$ , c'est-à-dire le carré du débit  $Q_0$  que le réseau est capable de faire passer entre les nœuds 1 et 2 lorsque ceux-ci sont reliés par un court-circuit. En effet  $Q_c^2 = H_0 / \mathcal{R}$  équivaut à  $H_0 - \mathcal{R} Q_c^2 = 0$ , c'est-à-dire  $H = 0$ .

Le débit de court-circuit  $Q_c$  est nécessairement supérieur au débit actuel  $Q_0$  du chantier. En basant l'étude du risque d'inversion sur la perte de charge actuelle  $R_0 Q_0^2$ , on se met donc en sécurité, ce qui démontre la deuxième partie de la thèse.

#### Remarque 1

La marge de sécurité ainsi admise peut être considérable, lorsque plusieurs chantiers sont disposés en parallèle avec A. En effet, si dans ce cas, on établit un court-circuit entre les bornes 1 et 2, le débit de ce court-circuit sera

manifestement supérieur à la somme des débits de tous les chantiers qui sont compris entre ces bornes. Dans le cas particulier où chacun d'eux recevrait le même débit  $Q_0$ , on aurait  $Q_c > 2Q_0$  d'où  $H_0 R_0 / \mathcal{R} > 4R_0 Q_0^2$  pour 2 chantiers,  $Q_c > 3Q_0$  d'où  $H_0 R_0 / \mathcal{R} > 9R_0 Q_0^2$  pour 3 chantiers, etc... On commettrait donc une erreur sérieuse en ne tenant pas compte de la différence qui existe entre le débit normal  $Q_0$  et le débit de court-circuit  $Q_c$ .

Remarque 2

On peut objecter que la démonstration ci-dessus repose sur l'hypothèse, à vrai dire contestable, que la pression aux bornes d'une branche est liée à son débit par la relation quadratique

$$H = H_0 - \mathcal{R} Q_0^2 .$$

En réalité, la démonstration peut être étendue au cas où  $Q_0^2$  est une fonction quelconque  $f(H)$ . L'équation  $H = F(\gamma_f)$  peut en effet s'écrire :

$$H = - (\gamma_a - \gamma_f)(z_2 - z_1) + R_0 \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_f} \right) f(H); \quad (15)$$

la courbe correspondante sur le diagramme  $(H, \gamma_f)$  est également quelconque. Elle coupera éventuellement l'axe des abscisses en des points tels que

$$0 = - (\gamma_a - \gamma_f)(z_2 - z_1) + R_0 \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_f} \right) f(0). \quad (14')$$

Il est clair que  $f(0)$  représente le carré du débit de court-circuit  $Q_c$ , quelle que soit la fonction  $f(H)$ . Les points d'intersection de la courbe  $H = F(\gamma_f)$  avec l'axe  $H = 0$  sont donc bien les mêmes que ceux de l'hyperbole, ce qui suffit déjà à la démonstration.

Nous allons montrer en outre que la courbe quelconque correspondant à l'équation (15) possède encore un minimum et que, si l'on fait varier  $R_0$ , ce minimum se déplace sur un lieu dont l'équation reste comme précédemment :

$$H = (z_2 - z_1)(2 \gamma_f - \gamma_a).$$

En effet, si on tient compte de ce que  $H$  est fonction implicite de  $\gamma_f$  par l'intermédiaire de  $Q_0^2$ , on peut écrire en dérivant (15) :

$$\frac{dH}{d\gamma_f} = (z_2 - z_1) - R_o f(H) \frac{\gamma_o}{\gamma_f^2} + R_o \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_f} \right) f'(H) \frac{dH}{d\gamma_f}$$

d'où

$$\frac{dH}{d\gamma_f} = \frac{(z_2 - z_1) - R_o f(H) \frac{\gamma_o}{\gamma_f^2}}{1 - R_o f'(H) \frac{\gamma_o}{\gamma_f}}$$

Cette dérivée est évidemment nulle lorsque son numérateur est nul (du moment que son dénominateur ne l'est pas), c'est-à-dire lorsque

$$z_2 - z_1 = R_o f(H) \frac{\gamma_o}{\gamma_f^2} . \quad (16)$$

On obtient le lieu des minima en éliminant le paramètre  $R_o$  entre (15) et (16). On vérifie aisément qu'on élimine du même coup la fonction  $f(H)$  et que le lieu des minima de la courbe décrite par la relation (15) est la droite

$$H = (z_2 - z_1) (2 \gamma_f - \gamma_a) .$$

On aboutit ainsi à la conclusion générale que quelles que soient la structure du réseau et les résistances qui le composent, le lieu des minima de la fonction  $H = F(\gamma_f)$  est toujours une droite coupant l'axe des abscisses en  $\gamma_f = 0,5 \gamma_a$  et que ce poids spécifique est le plus défavorable<sup>a</sup> lorsqu'on étudie le risque d'inversion avec l'intention de l'éviter.

### Remarque 3

La généralisation du paragraphe 2.2 ne présente pas de difficulté particulière.

## 2.4 Hypothèses

- énergie cinétique négligée;
- débit massique dans la branche en feu invariable au cours du temps, mais différent entre l'amont et l'aval du foyer;
- pas de voies horizontales sur le parcours des fumées chaudes;
- pas de variation du poids spécifique entre les noeuds 1 et 2, l'incendie prenant naissance au niveau inférieur (cf. fig.2)

Par rapport au paragraphe 2.1, la seule différence consiste à tenir compte de la différence éventuelle entre le débit massique des fumées et celui d'air comburant.

### Thèses

1. En ce qui concerne le poids spécifique et la température critiques des fumées, rien n'est modifié.
2. En ce qui concerne le risque d'inversion dans la branche parallèle à celle en feu, on le surestime quelque peu en négligeant la variation de débit massique de part et d'autre du foyer.

### Démonstration

Reprenons l'expression générale de la perte de charge  $H(\text{kg/m}^2)$  telle qu'elle a été donnée au paragraphe 1.2 :

$$H = RQ^2 \quad \text{avec } R = \frac{\gamma \lambda LP}{8g S^3}$$

Q étant le débit en volume réel ( $\text{m}^3/\text{s}$ ), R la résistance en kmurgues. On a bien entendu

$$Q = G/\gamma$$

G étant le débit masse (kg/s) et  $\gamma$  le poids spécifique ( $\text{kg/m}^3$ ) du fluide. Toutefois dans la branche A, il faut distinguer entre le débit massique  $G_a$  existant en amont du feu et le débit massique  $G_f$  en aval, qui est nécessairement supérieur.

$$G_f = (1 + \xi) G_a \quad (\xi > 0)$$

On a par conséquent :

$$Q_f = \frac{G_f}{\gamma_f} = \frac{G_f}{\gamma_o} \cdot \frac{\gamma_o}{\gamma_f}$$

$$H = \gamma_f \zeta_{fr} = \gamma_f \cdot \frac{\lambda LP}{8g S^3} \cdot Q_f^2$$

$$\begin{aligned}
 &= \left[ \left( \frac{\gamma_f}{\gamma_o} \right) \cdot \gamma_o \frac{\lambda_{LP}}{8g S^3} \right] \cdot \left[ \frac{G_f^2}{\gamma_o^2} \cdot \frac{\gamma_o^2}{\gamma_f^2} \right] \\
 &= \left( \frac{\gamma_f}{\gamma_o} \right) \cdot R_o \cdot \left[ \frac{G_a^2}{\gamma_o^2} \cdot \frac{G_f^2}{G_a^2} \right] \left( \frac{\gamma_o^2}{\gamma_f^2} \right) \\
 &= R_o \cdot Q_o^2 (1 + \varepsilon)^2 \cdot \frac{\gamma_o}{\gamma_f}
 \end{aligned}$$

$\gamma_o$  étant le poids spécifique de l'air à l'état de référence,  $R_o$  la résistance de la branche A parcourue par de l'air à l'état de référence et  $Q_o$  le débit d'air ramené aux conditions de référence. On constate donc que l'accroissement du débit massique dû à la combustion entraîne simplement un accroissement de résistance de la branche en feu.

Cela étant, la démonstration donnée au paragraphe 2.1 doit être modifiée comme suit :

- pour la branche A, on a maintenant :

$$p_1 - p_2 = \gamma_f (z_2 - z_1) + R_o Q_o^2 (1 + \varepsilon)^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_f} \right)$$

- pour la branche B on a comme avant :

$$p_1 - p_2 = \gamma_a (z_2 - z_1) + R_o' Q_o'^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_a} \right)$$

- en éliminant  $p_1 - p_2$  :

$$H = R_o' Q_o'^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_a} \right) = R_a Q_a^2 = -(\gamma_a - \gamma_f)(z_2 - z_1) + R_o Q_o^2 (1 + \varepsilon)^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_f} \right)$$

(17)

En l'absence d'incendie on avait

$$H = R_o' Q_o'^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_a} \right) = R_o Q_o^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_a} \right)$$

Par conséquent au point de vue de la ventilation, l'existence de l'incendie se manifeste d'une part, par la multiplication de la résistance  $R_a$  par le facteur  $(1 + \varepsilon)^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_f} \right)$  et, d'autre part, par l'insertion de la source de dépression  $(\gamma_a - \gamma_f)(z_2 - z_1)$  favorisant l'écoulement.

Si on compare la relation (17) avec celle (4') du paragraphe 2.1, on voit que la seule modification consiste en la majoration de la résistance  $R_0$  par le facteur  $(1 + \epsilon)^2$ . Par conséquent, toutes les propriétés qui ont été démontrées au paragraphe 2.1 sans faire intervenir la valeur de  $R_0$  sont maintenues et notamment les suivantes:

- il existe une valeur de  $\gamma_f$ , comprise entre 0 et  $\gamma_a$ , rendant maximum la perturbation de la ventilation par l'incendie
- le risque d'inversion dans la branche B dépend de la valeur de la perte de charge normale  $R_{00}$  entre les noeuds 1 et 2;
- pour étudier ce risque, la valeur la plus défavorable du poids spécifique des fumées est  $\gamma_f = 0,5 \gamma_a$ .

Toutefois étant donné que dans la formule (17) la résistance  $R_0$  est remplacée par  $R_0 (1 + \epsilon)^2$ , le risque d'inversion se trouve réduit, c'est-à-dire que l'inversion ne se produira que pour des valeurs de  $R_{00}$  plus faibles que celles auxquelles on aboutirait à partir du paragraphe 2.1.

#### Remarque

Le facteur de correction  $(1 + \epsilon)^2$  ne s'écarte cependant pas beaucoup de l'unité. En effet, dans les combustions industrielles avec excès d'air minimum le poids des fumées n'excède pas de plus de 6 à 7 % celui de l'air comburant. Dans le cas d'un incendie où le contact entre l'air et les matières en combustion n'est pas organisé de façon optimale, l'excès d'air est souvent considérable et le rapport  $G_f/G_a$  se rapproche encore de l'unité. Toutefois, suivant WOSKOBOJNIKOW (cf. doc. CECA 5688/62), l'accroissement du débit pondéral des fumées serait surtout dû à la vaporisation d'eau provenant soit des matières en combustion (bois humide), soit des épontes en contact avec les fumées chaudes. Dans ces conditions, le facteur  $(1 + \epsilon)^2$  pourrait prendre des valeurs atteignant 1,25 et la perte de charge critique en-dessous de laquelle l'inversion est à craindre serait réduite de 20 %. Dans l'incertitude où l'on se trouve quant à la valeur de  $1 + \epsilon$ , il convient de le considérer comme un simple coefficient de sécurité.

#### 2.5 Hypothèses

- débit massique constant dans la branche en feu
- pas de voies horizontales dans la branche en feu
- pas de variation du poids spécifique entre les noeuds 1 et 2, l'incendie prenant naissance au niveau inférieur (cf. fig.2).

Par rapport au paragraphe 2.1, la seule différence consiste à ne pas négliger les variations d'énergie cinétique qui se produisent entre l'amont et l'aval du foyer.

### Thèses

En ce qui concerne l'existence d'une température ou d'un poids spécifique critique pour les fumées, rien n'est modifié aux conclusions du paragraphe 2.1.

Pour l'étude du risque d'inversion la température la plus défavorable est légèrement inférieure à celle qui correspond à

$$\gamma_f = 0,5 \gamma_a$$

Lorsque l'on néglige la variation d'énergie cinétique due à l'expansion thermique des gaz sous l'influence du foyer on surestime légèrement le risque d'inversion dans la branche parallèle B.

### Démonstration

Dans le cas présent, il est nécessaire de faire une hypothèse sur la section S offerte au passage des fumées. Nous admettons que cette section est constante, ce qui est assez vrai en moyenne. Puisque nous admettons aussi que le débit massique et le poids spécifique sont constants, d'une part en amont et d'autre part en aval du foyer, il ne peut se produire de variation de vitesse qu'à proximité immédiate du foyer, dans une zone que nous supposons de longueur négligeable vis-à-vis du parcours total des fumées.

Reprenons pour cette zone la première équation fondamentale du paragraphe 1.1 :

$$d\zeta_{fr} = -dz - \frac{dp}{\gamma} - \frac{VdV}{g} .$$

Négligeons encore (du moins provisoirement) les termes  $d\zeta_{fr}$  et  $dz$ , nous obtenons alors :

$$\frac{dp}{\gamma} = - \frac{VdV}{g} \quad \text{ou} \quad dp = -\gamma v \left( \frac{dV}{g} \right) \quad (18)$$

D'autre part l'équation de continuité donne :

$$G = Q\gamma = VS\gamma = S(V\gamma) = \text{constante},$$

elle implique que  $V\gamma$  reste constant quand on passe de l'amont à l'aval du foyer (c'est-à-dire que l'on néglige l'accroissement de débit massique envisagé au paragraphe 2.4) Par conséquent, dans la formule (18) seul  $dV$  est à intégrer sur l'étendue de la zone de variation du poids spécifique, il faut écrire

$$\begin{aligned} (\Delta p)_{\text{foyer}} &= -(\gamma_f V_f \text{ ou } \gamma_a V_a) (V_f - V_a) / g \\ &= -(\gamma_f V_f^2 - \gamma_a V_a^2) / g \end{aligned} \quad (19)$$

et non pas, selon Woskoboïnikow (doc. CECA 5688/62, page 4)

$$(\Delta p)_{\text{foyer}} = - \left( \gamma_f V_f^2 - \gamma_a V_a^2 \right) / 2g .$$

Nota Cette erreur est très répandue, Un examen attentif montre que le facteur 2 s'introduit au dénominateur lorsque les variations de vitesse sont dues à des variations de section ou de débit massique, et n'apparaît pas si elles sont dues à la compressibilité.

La relation (19) peut encore s'écrire :

$$\begin{aligned} (\Delta p)_{\text{foyer}} &= - \frac{G^2}{gS^2} \left( \frac{1}{\gamma_f} - \frac{1}{\gamma_a} \right) \\ &= - \frac{Q_o^2}{gS^2} \left( \frac{\gamma_o^2}{\gamma_f} - \frac{\gamma_o^2}{\gamma_a} \right) . \end{aligned} \quad (19')$$

Sous cette forme, le terme  $(\Delta p)_{\text{foyer}}$  apparaît comme une perte de charge supplémentaire fictive se produisant dans la branche A en plus de celle due aux travaux de frottements que nous avons provisoirement négligés.

Cela étant, la démonstration donnée au paragraphe 2.1, se modifie comme suit :

- pour la branche A en feu on a maintenant :

$$p_1 - p_2 = \gamma_f (z_2 - z_1) + R_o Q_o^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_f} \right) + \frac{Q_o^2 \gamma_o}{g S^2} \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_f} - \frac{\gamma_o}{\gamma_a} \right)$$

- pour la perte de charge entre les noeuds 1 et 2 (fig. 2), on trouve, tous calculs faits :

$$H = -(\gamma_a - \gamma_f) (z_2 - z_1) + R_o Q_o^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_f} \right) + \frac{Q_o^2 \gamma_o}{g S^2} \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_f} - \frac{\gamma_o}{\gamma_a} \right). \quad (20)$$

Cette relation, tout comme celle (4') du paragraphe 2.1, est représentée dans le diagramme  $H, \gamma_f$  par une hyperbole, dont seule la branche correspondant à  $\gamma_f > 0$  possède un sens physique. L'asymptote verticale reste l'axe des ordonnées ( $\gamma_f = 0$ ). L'asymptote oblique a pour équation :

$$H = -(\gamma_a - \gamma_f) (z_2 - z_1) - \frac{Q_o^2 \gamma_o^2}{g S^2 \gamma_a} ;$$

à cause du terme en S, elle est parallèle à celle trouvée au paragraphe 2.1, mais située plus bas (cf. fig. 8).

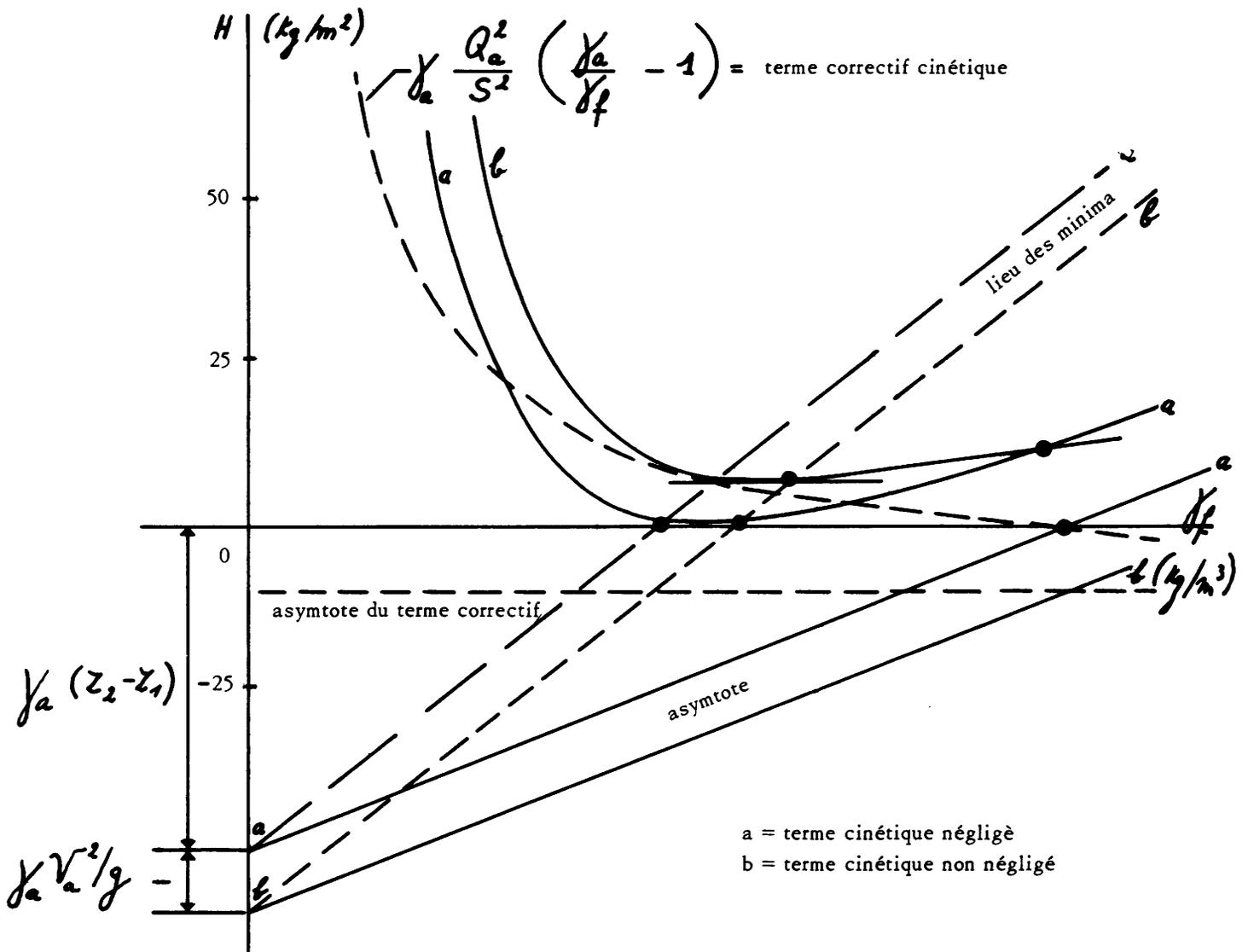


Figure 8

Dans le domaine  $0 < \gamma_f < \gamma_a$ , la fonction  $H = F(\gamma_f)$  conserve un minimum, mais ce minimum se trouve nécessairement à droite de celui calculé par la relation (4'), c'est-à-dire sans le terme cinétique; il correspond à une température critique plus faible. En effet, le terme en  $S$ , par laquelle la relation (20) diffère de la (4') est une fonction de  $\gamma_f$  continuellement décroissante. Son adjonction ne peut que déplacer vers la droite le minimum de la fonction  $H = F(\gamma_f)$ , c'est-à-dire vers des valeurs plus élevées de  $\gamma_f$ .

Il n'en résulte pas pour autant un accroissement du risque d'inversion, bien au contraire. En effet le terme supplémentaire en  $S$  est essentiellement positif dans l'intervalle  $0 < \gamma_f < \gamma_a$ , de telle sorte que la courbe  $H = F(\gamma_f)$  se trouve toujours relevée par l'adjonction du terme cinétique, tout en ayant une asymptote située plus bas.

La figure 8 illustre clairement ces considérations. On pourrait reprendre ici tous les développements du paragraphe 2.1 relatifs à l'influence d'une variation de la résistance  $R_0$  sur la courbe  $H = F(\gamma_f)$  et sur la position de son minimum. Aucune conclusion n'est modifiée, mais les expressions analytiques sont plus compliquées. En particulier l'équation du lieu des minima est maintenant :

$$H_{\min} = -\gamma_a(z_2 - z_1) - \frac{Q_0^2 \gamma_0^2}{\gamma_a g S^2} + 2(\gamma_f)_{\min}(z_2 - z_1),$$

c'est l'équation d'une droite coupant l'axe des abscisses au point

$$\gamma_f = 0,5 \gamma_a \left( 1 + \frac{Q_0^2 \gamma_0^2}{\gamma_a (z_2 - z_1) g S^2} \right)$$

ou, en prenant l'état a comme état de référence :

$$\gamma_f = 0,5 \gamma_a \left( 1 + \frac{Q_a^2 / g S^2}{z_2 - z_1} \right).$$

On vérifie aisément que le terme correctif est toujours petit : la vitesse  $V_a = Q_a/S$  ne dépasse normalement pas 2 à 3 m/s et le terme  $\frac{Q_a^2}{g S^2}$  est de l'ordre de 0,5 à 1 m, tandis que  $z_2 - z_1$  est de l'ordre de 20 à 50 m.

## 2.6 Hypothèses

- énergie cinétique négligée,
- débit massique constant dans la branche en feu,
- pas de voie horizontale dans la branche en feu, l'incendie prenant naissance au niveau inférieur (fig. 2).

Par rapport au cas 2.1, la différence consiste à tenir compte de la variation de  $\gamma_f$  tout le long du parcours des fumées.

### Thèses

Il existe toujours une température et un poids spécifique des fumées rendant maximum la perturbation due à l'incendie, mais leurs valeurs exactes ne peuvent être prédites exactement car elles dépendent de la loi suivant laquelle varie  $\gamma_f$  le long du parcours des fumées.

### Démonstration

On a pour la branche A (équation 3 du par. 1)

$$p_1 - p_2 = \int_1^2 \gamma_f dz + r_o Q_o^2 \int_1^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_f} \right) dL$$

et pour la branche B

$$p_1 - p_2 = \int_1^2 \gamma_a dz + r'_o Q_o'^2 \int_1^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_a} \right) dL$$

En éliminant  $p_1 - p_2$  entre ces relations, on obtient pour expression de la perte de charge entre les noeuds 1 et 2

$$H = r'_o Q_o'^2 \int_1^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_a} \right) dL = - \int_1^2 (\gamma_a - \gamma_f) dz + r_o Q_o^2 \int_1^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_f} \right) dL = \\ - \int_1^2 (\gamma_a - \gamma_f) p dL + r_o Q_o^2 \int_1^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_f} \right) dL$$

en désignant par  $r$  la résistance métrique de la galerie (Kmurque/m) et par  $p = dz/dL$  sa pente.

En l'absence d'incendie,  $\gamma_f = \gamma_a$  et  $H = r_o Q_o^2 \int_1^2 \frac{\gamma_o}{\gamma_a} dL$

En comparant les 2 expressions de  $H$ , on constate que la perturbation due à l'incendie se manifeste formellement

par l'apparition des termes supplémentaires :

$$- \int_1^2 (\gamma_a - \gamma_f) p \, dL + r_o Q_o^2 \int_1^2 \left( \frac{\gamma_o}{\gamma_f} - \frac{\gamma_o}{\gamma_a} \right) dL$$

ou bien, si on prend l'état a comme référence

$$- \int_1^2 (\gamma_a - \gamma_f) p \, dL + r_a Q_a^2 \int_1^2 \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_f} - 1 \right) dL \quad (21)$$

Dans cette relation,  $\gamma_f$  varie en fonction de L suivant une loi inconnue, mais que l'on peut écrire sous la forme

$$\frac{\gamma_a - \gamma_f}{(\gamma_a - \gamma_f)_{\max}} = f(L) < 1$$

Posons  $(\gamma_a - \gamma_f)_{\max} = x$  variable mesurant l'intensité du foyer, l'expression (21) s'écrit alors

$$F(x) = - \int_1^2 x f(L) p \, dL + r_a Q_a^2 \int_1^2 \frac{x f(L)}{\gamma_a - x f(L)} dL$$

L'expression générale de cette fonction permet de présumer qu'elle présente un minimum, le premier terme étant strictement linéaire, et le second étant une somme de fonctions hyperboliques.

La position du minimum en question est déterminée par la condition

$$F'(x) = 0$$

$$\int_1^2 f(L) p \, dL = r_a Q_a^2 \int_1^2 \frac{\gamma_a f(L) dL}{[\gamma_a - x f(L)]^2}$$

La solution de cette équation ne peut être trouvée explicitement que si on précise la fonction f(L).

Nous ne nous étendrons pas sur cette solution qui ne peut conduire à des expressions simples de l'effet aéromoteur de l'incendie.

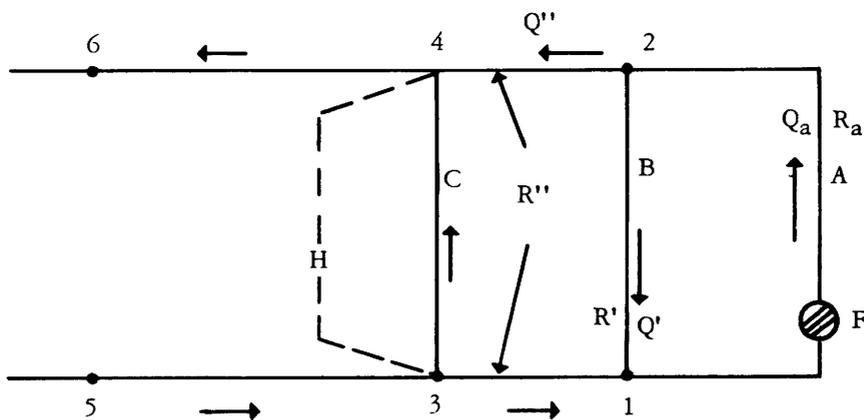
Remarque

On peut ramener l'expression (21) à une forme comparable à celle trouvée dans les paragraphes précédents, en faisant usage du théorème de la moyenne et en écrivant au lieu de (21) :

$$-(\gamma_a - \bar{\gamma}_f) pL + r_a Q_a^2 \frac{\gamma_a}{\bar{\gamma}_f} - 1 \quad L$$

Dans cette expression,  $\bar{\gamma}_f$  et  $\bar{\gamma}_f$  représentent chacun une certaine moyenne de  $\gamma_f$  prise sur l'intervalle 1,2. Si ces deux moyennes étaient confondues, on serait ramené aux formules du paragraphe 2.1,  $\gamma_f$  étant remplacé par les moyennes  $\bar{\gamma}_f = \bar{\gamma}_f$ . En réalité, il existe une légère différence entre elles, sans qu'on puisse dire a priori dans quel sens. A cette réserve près, on peut considérer les conclusions des paragraphes précédents comme restant valables, pour autant qu'on y considère  $\gamma_f$  comme le poids spécifique "moyen" des fumées entre les points 1 et 2.

Figure 9



3. Condition d'inversion dans une branche C parallèle à une branche A en feu, lorsqu'une branche B parallèle plus proche est déjà en inversion.

Remarque préliminaire

On pourrait reprendre dans ce chapitre la succession des hypothèses qui ont été envisagées sous 2.1, ... , 2.5. Ces paragraphes montrent toutefois que les hypothèses les plus simples (par. 2.1) conduisent à des résultats suffisamment exacts pour la pratique, leur approximation étant d'ailleurs dans le sens de la sécurité. Il nous a dès lors paru suffisant de nous en tenir à ces seules hypothèses.

D'ailleurs la complication des calculs croît avec le nombre de branches auxquelles on s'intéresse; c'est pourquoi il est opportun de simplifier au maximum.

Il n'est plus possible de résoudre analytiquement le problème général de la variation de H aux bornes de la branche C (figure 9) en fonction de  $\gamma_f$ ; nous nous limiterons à rechercher la condition de neutralité ( $H > 0$ ) de cette branche.

Hypothèses

- schéma de la figure 9 (page 29), impliquant l'absence de parcours horizontal pour les fumées chaudes;
- énergie cinétique négligée,
- débit massique constant le long de la branche en feu mais distinct du débit existant en l'absence d'incendie,
- poids spécifique  $\gamma_a$  constant dans tout le réseau, sauf dans la branche A où il vaut  $\gamma_f < \gamma_a$ .

Thèses

1. Il existe un poids spécifique  $\gamma_f$  et une température  $T_f$  des fumées pour lesquels le risque d'inversion dans la branche C est maximum.
2. Le poids spécifique "critique", c'est-à-dire pour lequel le risque d'inversion apparaît pour la première fois lorsqu'on réduit progressivement le débit total du quartier (A,B,C) est inférieur à  $0,5 \gamma_a$ ; en général il s'écarte peu de cette valeur. Semblablement, la température critique des fumées est supérieure à  $2 T_f$ , mais ne s'en écarte généralement guère.

3. Le risque d'inversion dans la branche C dépend également de la résistance des branches voisines, comprises entre C et la branche en feu. Le risque d'inversion décroît lorsqu'augmentent les pertes de charge de la branche A en feu et des branches 1,3 et 2,4 disposées en série avec celle-ci; par contre le risque d'inversion est réduit lorsque la résistance de la branche B en inversion diminue.

### Démonstration

Ecrivons l'équation (3') du par. 1.3 pour chacun des 3 chemins reliant les noeuds 1 et 2. Nous obtenons, compte tenu des sens d'écoulement indiqués à la figure 9 :

$$\text{chemin A : } p_1 - p_2 = \gamma_f (z_2 - z_1) + R_a Q_a^2 \frac{\gamma_a}{\gamma_f} \quad (22)$$

$$\text{chemin B : } p_1 - p_2 = \gamma_a (z_2 - z_1) - R' Q'^2 \quad (23)$$

chemin 2,4,c,3,1 :

$$p_1 - p_3 = - R_1'' Q''^2$$

$$p_3 - p_4 = \gamma_a (z_2 - z_1) + H$$

$$p_1 - p_2 = - R_2'' Q''^2$$

$$\text{d'où } p_1 - p_2 = \gamma_a (z_2 - z_1) - R'' Q''^2 + H \quad (24)$$

Dans la première formule, l'indice  $\underline{a}$  rappelle que la résistance  $R$  et le débit  $Q$  sont calculés pour de l'air dans les conditions de référence  $\underline{a}$ , ce qui justifie le facteur correctif  $\gamma_a/\gamma_f$ . Pour les autres branches, où l'état réel de l'air se confond pratiquement avec l'état de référence, l'indice  $\underline{a}$  a été omis.

En éliminant  $p_1 - p_2$  entre (22) et (24) on obtient pour  $H$  l'expression :

$$H = R'' Q''^2 + R_a Q_a^2 \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_f} \right) - (\gamma_a - \gamma_f) (z_2 - z_1) \quad (25)$$

Cette relation ne précise pas complètement la loi de variation de  $H$  en fonction de  $\gamma_f$ , car les débits  $Q''$  et  $Q_a$  sont eux-mêmes fonction de la dépression thermique (donc de  $\gamma_f$ ), ainsi que des conditions imposées par le reste du réseau. Il est toutefois aisé d'éliminer le débit  $Q_a$ .

En effet, on a évidemment

$$Q_a = Q' + Q'' \quad (\text{cf. fig. 9})$$

d'où

$$\begin{aligned} H &= R''Q''^2 + R_a(Q' + Q'')^2 \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_f} \right) - (\gamma_a - \gamma_f)(z_2 - z_1) \\ &= Q''^2 \left[ R'' + R_a \left( 1 + \frac{Q'}{Q''} \right)^2 \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_f} \right) \right] - (\gamma_a - \gamma_f)(z_2 - z_1) \end{aligned}$$

D'autre part, en combinant (23) et (24) on trouve :

$$H - R''Q''^2 = -R'Q'^2$$

$$\text{d'où } \frac{Q'^2}{Q''^2} = \frac{R''}{R'} \left( 1 - \frac{H}{R''Q''^2} \right) \quad \text{et par suite}$$

$$H = Q''^2 \left\{ R'' + R_a \left[ 1 + \sqrt{\frac{R''}{R'} \left( 1 - \frac{H}{R''Q''^2} \right)} \right]^2 \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_f} \right) \right\} - (\gamma_a - \gamma_f)(z_2 - z_1) \quad (26)$$

On pourrait encore expliciter  $Q''$  en fonction de  $H$  et du débit  $Q_a$  échangé entre la partie "extérieure" du réseau et le sous-réseau que nous étudions, mais cela complique la formulation sans avantage réel, car on peut utiliser directement  $Q''$  comme paramètre caractérisant l'influence de la partie "extérieure" du réseau.

En vue de démontrer la thèse, il y a lieu d'examiner le comportement de la fonction  $H = f(\gamma_f)$ , que la relation (26) décrit implicitement (à cause de la présence de  $H$  sous le radical). Si on pouvait négliger le radical, on retrouverait la relation de type hyperbolique rencontrée aux paragraphes précédents, et qui présente manifestement un minimum pour  $0 < \gamma_f < \gamma_a$ . Il y a donc de fortes présomptions pour que la fonction  $H = f(\gamma_f)$  possède également un minimum.

Recherchons la dérivée  $\frac{dH}{d\gamma_f}$  en tenant compte de ce que  $H$  est fonction implicite de  $\gamma_f$  par l'intermédiaire du radical.

Nous obtenons

$$\begin{aligned} \frac{dH}{d\gamma_f} &= Q''^2 R_a \left[ 1 + \sqrt{\frac{R''}{R'} \left( 1 - \frac{H}{R''Q''^2} \right)} \right]^2 \left( \frac{-\gamma_a}{\gamma_f^2} \right) + z_2 - z_1 \\ &\quad + Q''^2 R_a \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_f} \right) \frac{\partial \left[ 1 + \sqrt{\frac{R''}{R'} \left( 1 - \frac{H}{R''Q''^2} \right)} \right]^2}{\partial H} \frac{dH}{d\gamma_f} \end{aligned}$$

Cette dérivée est nulle lorsque

$$Q''^2 R_a \left[ 1 + \sqrt{\frac{R''}{R'} \left( 1 - \frac{H}{R'' Q''^2} \right)} \right]^2 \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_f^2} \right) = z_2 - z_1 \quad (27)$$

Cette fonction n'étant toujours pas explicite, à cause de la présence de H sous le radical, ne peut être résolue par rapport à  $\gamma_f$ , et on ne peut dès lors garantir l'existence de racines réelles, ni par conséquent d'extrémum pour H. Toutefois, en admettant qu'un tel extrémum existe, il se déplace suivant une certaine ligne dans le plan H,  $\gamma_f$ , lorsque l'on fait varier le paramètre  $Q''$ . L'équation de ce lieu, s'il existe, s'obtient en éliminant  $Q''^2$  entre (26) et (27).

Cette élimination n'est à nouveau pas possible à cause de la présence de  $Q''^2$  sous le radical à la fois dans (26) et dans (27).

La résolution du problème en toute généralité ne paraît donc pas possible. Toutefois, nous ne sommes pas intéressés au comportement de la branche C loin de l'inversion, et nous pouvons nous limiter à l'examen de la fonction  $H = f(\gamma_f)$  et de sa dérivée au voisinage de  $H = 0$ ; plus précisément lorsque  $|H| \ll R'' Q''^2$ . Dans cette hypothèse, la relation (26) peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{H}{z_2 - z_1} &= \frac{Q''^2}{z_2 - z_1} \left\{ R'' + (R_{ta} - R'') \frac{\gamma_a}{\gamma_f} \right\} - (\gamma_a - \gamma_f) \\ &= \frac{Q''^2}{z_2 - z_1} \left\{ k R_{ta} + (R_{ta} - k R_{ta}) \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_f} \right) \right\} - (\gamma_a - \gamma_f) \\ &= k \frac{Q''^2 R_{ta}}{z_2 - z_1} + \frac{Q''^2 R_{ta}}{z_2 - z_1} (1 - k) \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_f} \right) - (\gamma_a - \gamma_f) \\ &= k y + y (1 - k) \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_f} \right) - (\gamma_a - \gamma_f) \quad (28') \end{aligned}$$

On remarquera que cette relation est identique à celle du paragraphe 2.2, x étant pris égal à 1. Elle est représentée dans le diagramme H,  $\gamma_f$  par une hyperbole qui possède dans l'intervalle  $0 < \gamma_f < \gamma_a$  un minimum. Selon les valeurs des paramètres k et y, ce minimum peut se trouver sur l'axe horizontal; au-dessus ou en-dessous; autrement dit, la courbe peut être tangente à l'axe horizontal, la couper en 2 points ou ne pas la couper du tout.

Il importe de noter que l'hyperbole d'équation (28) sera sécante ou tangente à l'axe  $H = 0$  aux mêmes points que la courbe d'équation (26), puisque pour  $H = 0$  les seconds membres de (26) et de (28) sont identiques. L'étude de la position des points d'intersection éventuels de l'hyperbole d'équation (28) avec l'axe horizontal donne donc une appréciation exacte du risque d'inversion dans la branche C.

Ces points d'intersection éventuels ont pour abscisses les racines de l'équation

$$ky + (1 - k)y \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_f} \right) - (\gamma_a - \gamma_f) = 0$$

ou

$$\gamma_f^2 + (ky - \gamma_a)\gamma_f + (1 - k)y\gamma_a = 0 \quad (29)$$

L'existence et le nombre de ces racines sont fonction du signe du discriminant D

$$D = (ky - \gamma_a)^2 - 4(1 - k)y\gamma_a$$

$$= k^2y^2 - 2(2 - k)\gamma_a y + \gamma_a^2 \quad (30)$$

Celui-ci s'annule pour

$$y = \frac{R_{ta} Q''^2}{z_2 - z_1} = \gamma_a \frac{2 - k - 2\sqrt{1 - k}}{k^2} \quad (31)$$

Nota: Le signe + devant le radical donne une solution physiquement inacceptable, la valeur correspondante de  $\gamma_f$  étant négative.

Pour toute valeur de  $y$  (ou de  $Q''^2$ ) supérieure à celle (31), le discriminant D est négatif et l'équation (29) n'a pas de racines réelles; ni l'hyperbole d'équation (28) ni la courbe d'équation (26) ne coupent l'axe horizontal; la branche C n'est jamais neutre ni en inversion. La comparaison des équations (26) et (28) permet en outre d'affirmer que la courbe exacte est située sous l'hyperbole (26) mais au-dessus de son asymptote oblique  $H = -(\gamma_a - \gamma_f)(z_2 - z_1)$ . Ceci ne donne qu'une présomption de l'existence d'un minimum pour la fonction  $H = F(\gamma_f)$ .

Pour toute valeur de  $y$  ou de  $Q''^2$  inférieure à celle (31), le discriminant D est positif et l'équation (29) possède deux racines réelles et distinctes

$$\gamma_f = 0,5(\gamma_a - ky \pm \sqrt{(ky - \gamma_a)^2 - 4(1 - k)y\gamma_a}) \quad (32)$$

L'inversion de l'aéragé dans C se produira pour les valeurs de  $\gamma_f$  comprises entre ces deux racines, car dans ce domaine on a  $H < 0$ , aussi bien pour l'hyperbole (28) que pour la courbe exacte d'équation (26). On remarquera que les valeurs de  $\gamma_f$  en question sont déportées vers la gauche et correspondent à des températures plus élevées que celles trouvées pour l'inversion dans B, ces dernières étant centrées sur  $0,5 \gamma_a$ . En outre, dans le domaine considéré, l'hyperbole présente un minimum; d'autre part la comparaison des équations (26) et (28) prouve que la courbe réelle se trouve entre l'hyperbole et l'axe horizontal; elle présente donc nécessairement aussi un minimum.

La valeur (31) de  $y$  ou de  $Q''^2$  sépare le domaine où une inversion en C est impossible et celui où l'inversion se produit dans une certaine plage de températures. La valeur correspondante de  $\gamma_f$  est celle que nous avons appelée antérieurement "poids spécifique critique des fumées". Elle a pour expression, d'après (32)

$$\gamma_f = 0,5(\gamma_a - ky) \quad \text{ou, en tenant compte de (31) :}$$

$$\gamma_f = \gamma_a \frac{\sqrt{1-k} - (1-k)}{k}$$

Nota Cette formule est identique à (12) que l'on a trouvée en 2.2 en résolvant le système  $H = 0$ ,  $dH/d\gamma_f = 0$ ; la signification de  $k$  est pourtant différente.

Les considérations précédentes démontrent le point 1 de la thèse.

Le point 2 a été démontré au par. 2.2, où nous avons discuté la signification de la formule (12). Rappelons que si  $k$  est faible, c'est-à-dire si la résistance  $R''$  est petite par rapport à  $R$  et  $R'$ , on peut développer (12) en série ce qui donne :

$$\gamma_f = \gamma_a \left[ \frac{1}{2} - \frac{k}{8} - \frac{k^2}{16} - \frac{5k^3}{128} \dots \right]; \quad (33)$$

pour  $k < 0,3 \dots 0,4$  on a sans grande erreur :

$$\begin{aligned} \gamma_f &\approx 0,5 \gamma_a \left(1 - \frac{k}{4}\right) \\ &= 0,45 \dots 0,5 \gamma_a \end{aligned}$$

ce qui démontre le point 2 de la thèse.

Nous avons vu que le risque d'inversion était fonction non seulement de  $\gamma_f$ , mais encore du paramètre  $y$ , dont l'expression détaillée est

$$y = \frac{R_{ta} Q''^2}{z_2 - z_1} = \frac{\left[ R'' + R_a \left(1 + \sqrt{\frac{R''}{R'}}\right)^2 \right] Q''^2}{z_2 - z_1}$$

On voit donc que le risque d'inversion décroît lorsque

$R''$  et  $R_a$  ainsi que  $Q''$  augmentent et lorsque  $R'$  diminue, ce qui  $\gamma_a$  constitue le dernier point de la thèse.

Remarque On peut aussi développer en série l'expression (31); on trouve, tous calculs faits, pour valeur critique du paramètre  $y$  :

$$y = \frac{\gamma_a}{4} \left( 1 + \frac{k}{2} + \frac{5k^2}{16} + \dots \right)$$

Cette expression sera utilisée au paragraphe 4.2

#### 4. Méthodes rapide d'évaluation du risque d'inversion

Dans les paragraphes précédents, nous avons prouvé que la perturbation de l'aéragé par un incendie ne croissait pas indéfiniment avec l'élévation de température des fumées mais passait par un maximum du fait de l'action antagoniste des variations de poids spécifique d'une part sur la force aéromotrice du feu, d'autre part sur la résistance à l'écoulement.

Nous avons vu également que suivant les circonstances, certaines branches voisines du feu pourraient voir leur débit s'inverser, ou simplement diminuer sans atteindre l'inversion. Il est évidemment intéressant de connaître d'avance les branches où le risque d'inversion est inexistant. Dans ce but nous avons établi à partir des calculs précédents une méthode simple permettant de repérer ces branches sans devoir connaître ni l'emplacement exact de l'incendie, ni la température des fumées.

##### 4.1 Risque d'inversion dans une branche parallèle à la branche en feu

###### Première approximation

Une première approximation est basée sur les formules établies au paragraphe 2.1, notamment la formule (6)

$$\gamma_{f_{\min}} = \gamma_o \sqrt{\frac{R_o Q_o^2}{\gamma_o (z_2 - z_1)}} \quad \text{ou bien} \quad \gamma_a \sqrt{\frac{R_a Q_a^2}{\gamma_a (z_2 - z_1)}}$$

en prenant l'état  $a$  comme état de référence. Si on remplace le poids spécifique  $\gamma_f$  par sa valeur critique  $0,5 \gamma_a$ , on en déduit

$$\sqrt{\frac{R_a Q_a^2}{\gamma_a (z_2 - z_1)}} = 0,5$$

ou bien

$$R_a Q_a^2 = \frac{1}{4} \gamma_a (z_2 - z_1)$$

ou encore, en adoptant pour  $\gamma_a$  la valeur  $1,33 \text{ kg/m}^3$ , qui est un ordre de grandeur moyen :

$$R_a Q_a^2 = \frac{1}{3} (z_2 - z_1).$$

Le risque d'inversion dans une branche B parallèle à une branche A en feu n'apparaît pas aussi longtemps que l'on a

$$\underline{R_a Q_a^2 > \frac{1}{3} (z_2 - z_1)}.$$

Pour l'application pratique de cette formule, remarquons que :

- à moins d'une évidence contraire (cas de la figure 7) on prend pour  $z_2 - z_1$  la dénivellation totale existant entre les extrémités de la branche, puisque l'effet perturbateur du feu est maximum quand il prend naissance au point le plus bas;
- en principe, le débit  $Q_a$  est celui existant dans A au moment de la neutralité dans B. On ignore cette valeur mais on sait qu'elle est supérieure au débit normal  $Q_n$  dans la branche A. On a donc

$$R_a Q_a^2 > R_a Q_n^2 > \frac{1}{3} (z_2 - z_1).$$

Par conséquent, il suffit que la perte de charge dans une branche A, exprimée en mm H<sub>2</sub>O et déterminée dans les conditions normales, soit supérieure au tiers de la dénivellation en m entre ces extrémités, pour que le risque d'inversion dans une branche parallèle B soit inexistant.

#### Deuxième approximation (correspond aux hypothèses 2.3)

L'application de cette règle conduit à classer comme susceptibles d'inversion des branches qui ne le sont pas réellement. Dans un deuxième examen, il est possible de réduire ces erreurs de classement en appliquant une règle plus proche de la condition théorique, mais plus compliquée.

Soient en effet  $Q_n$  et  $Q'_n$  les débits normaux des branches A et B disposées en parallèle. Les branches en série avec A et B sont évidemment parcourues par le débit  $Q_n + Q'_n$ . Si on insère dans la branche A une force aéromotrice concordante, celle-ci fait croître le débit non seulement dans celle-ci, mais aussi dans les branches disposées en série, dont le débit devient supérieur à  $Q_n + Q'_n$ . En particulier, au moment de la neutralité dans B, le débit  $Q_n + Q'_n$  devient  $Q_a + q$ , nécessairement plus grand, et l'on a

$$\underline{R_a Q_a^2 > R_a (Q_n + Q'_n)^2 > \frac{1}{3} (z_2 - z_1)}.$$

D'où la règle pratique suivante :

Le risque d'inversion dans B sera inexistant si la perte de charge de la branche A, parallèle à B, calculée pour le débit total de A et de B et exprimée en mm H<sub>2</sub>O est supérieure au tiers de la dénivellation en m entre les points de jonction de A et de B.

Cette règle s'étend au cas où plusieurs circuits sont en parallèle entre deux points 1 et 2. Si un incendie survient dans l'une quelconque des branches, les autres deviennent neutres simultanément; dès lors le débit dans les branches en feu est supérieur à la somme des débits normaux de toutes les branches en parallèle entre les points 1 et 2. Par conséquent le risque d'inversion dans une branche quelconque parmi n branches disposées en parallèle sera inexistant si la perte de charge dans cette branche calculée pour le débit total des n branches et exprimé en mm H<sub>2</sub>O est supérieur au tiers de la dénivellation (en m) entre les deux noeuds communs.

Remarque : comme nous l'avons déjà signalé (par. 2.3 Remarque 1) l'application de la première approximation au cas de plusieurs branches en parallèle conduit à surestimer sérieusement le risque d'inversion.

Troisième approximation (correspond aux hypothèses 2.2)

Les approximations précédentes supposent d'une part que l'effet aéromoteur des fumées s'exerce sur la dénivellation totale de la branche en feu, d'autre part que l'expansion thermique provoque une majoration de résistance sur toute la longueur de la branche. Ces hypothèses sont rarement valables ensemble, par exemple, dans une taille, l'effet de cheminée sera maximum si l'incendie naît au pied de taille, mais alors la résistance n'est majorée par la présence des fumées qu'en taille et dans le retour d'air, et pas dans la voie d'entrée.

En exagérant l'effet de freinage dû à l'expansion thermique, on sousestime le risque d'inversion. Cette erreur peut être corrigée par une nouvelle approximation, basée sur les résultats du paragraphe 2.2. Admettons pour poids spécifique critique la valeur approchée déduite du développement en série

$$\gamma_f = 0,5 \gamma_a \left(1 - \frac{k}{4}\right) \quad \text{pour } 0 < k < 0,3$$

k désignant le rapport de la résistance en amont du foyer à la résistance totale. Introduisons cette valeur dans la relation (10) en admettant (voir figure 5)  $z_F = z_1$  donc  $x = 1$ ;

choisissant l'indice a comme condition de référence, nous obtenons en résolvant par rapport à y et en négligeant les termes en k<sup>2</sup>:

$$y = \frac{R_{ta} Q_a^2}{z_2 - z_1} = \frac{\gamma_f^2}{(1-k)\gamma_a} \approx \frac{0,25 \gamma_a (1-k/2)}{1-k} = \frac{\gamma_a}{4(1-k/2)}$$

On en déduit :

$$R_{ta} Q_a^2 (1 - \frac{k}{2}) = \frac{1}{4} \gamma_a (z_2 - z_1) \approx \frac{1}{3} (z_2 - z_1)$$

ou encore, puisque  $R_{ta} = R_a + R'_a$  et

$$k = R_a / (R_a + R'_a) \quad (\text{voir 9' et fig.5}) :$$

$$R'_a Q_a^2 + \frac{1}{2} R_a Q_a^2 = \frac{1}{3} (z_2 - z_1).$$

D'où la règle pratique suivante: le risque d'inversion dans une branche quelconque lors d'un incendie surgissant dans une branche parallèle sera nul si la perte de charge de la partie située sur le parcours des fumées, augmentée de la moitié de la perte de charge de la partie située en amont du foyer est supérieure au tiers de la dénivellation (en m) entre les 2 noeuds communs. Les pertes de charge s'expriment en mm H<sub>2</sub>O et sont calculées pour le débit total des branches en parallèle entre les deux noeuds considérés.

Remarque Afin d'apprécier le degré d'approximation des différentes formules, envisageons un cas particulier. Admettons que les branches A et B soient 2 tailles ventilées par des débits d'air égaux, soit  $Q_n$  et qu'un incendie prenne naissance au pied de l'une des tailles. Supposons encore que la résistance de la voie d'entrée représente  $\frac{1}{3}$  de la résistance du circuit de la taille, soit  $R_t$ .

La première approximation donne  $R_t Q_n^2 > \frac{1}{3} (z_2 - z_1)$

la seconde:  $R_t (Q_n + Q_n)^2 > \frac{1}{3} (z_2 - z_1)$  ou  $R_t Q_n^2 > \frac{1}{12} (z_2 - z_1)$

et la troisième :

$$\frac{2}{3} R_t 4Q_n^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} R_t \cdot 4Q_n^2 > \frac{1}{3} (z_2 - z_1) \text{ ou } R_t Q_n^2 > \frac{1}{10} (z_2 - z_1)$$

On constate ainsi la grande divergence entre la première et la deuxième approximation, tandis que celle-ci ne diffère guère de la troisième. On en conclura que chaque fois que les débits qui traversent normalement des branches situées en parallèle avec une branche A donnée sont importants, ces débits ne risquent pratiquement pas de s'inverser lors d'un incendie dans A; par conséquent l'emploi de la première approximation dans ces cas-là est à déconseiller.

4.2 Risque d'inversion dans une deuxième branche latérale d'un réseau ramifié, quand une première branche est déjà inversée.

Le cas peut être traité très rapidement, car nous avons déjà noté l'identité des formules établies en 2.2 et en 3 en ce qui concerne le poids spécifique critique  $\gamma_f$  et la valeur critique du paramètre  $y$ .

Nous nous basons sur l'expression approchée :

$$y = \frac{\gamma_a}{4(1 - \frac{k}{2})} \quad \text{ce qui donne en explicitant } y$$

$$\left[ \frac{R'' + R_a \left( 1 + \sqrt{\frac{R''}{R'}} \right)^2}{z_2 - z_1} \right] Q''^2 \approx \frac{\gamma_a}{4} \cdot \frac{1}{1 - k/2}$$

On en déduit, puisque  $k = R'' / \left[ R'' + R_a \left( 1 + \sqrt{\frac{R''}{R'}} \right)^2 \right]$

$$\frac{1}{2} R'' Q''^2 + R_a \left( 1 + \sqrt{\frac{R''}{R'}} \right)^2 Q''^2 = \frac{1}{4} \gamma_a (z_2 - z_1) \approx \frac{1}{3} (z_2 - z_1)$$

Au moment de la neutralité, la parenthèse représente le rapport  $Q_a / Q''$  ce qui permet d'écrire la relation précédente sous la forme

$$\frac{1}{2} R'' Q''^2 + R_a Q_a^2 = \frac{1}{3} (z_2 - z_1) ;$$

les débits  $Q_a$  et  $Q''$  (cf. fig.9) se rapportent aux conditions qui donnent la neutralité dans la branche C et ne sont donc pas connus.

En première approximation on prendra pour  $Q''$  et  $Q_a$  les débits initiaux, toutefois, on sous-estime ainsi sérieusement le premier membre de la formule et on surestime nettement le risque d'inversion. Une approximation meilleure consiste à remplacer  $Q''$  et  $Q_a$  par la somme des débits normaux dans les branches A, B et C. En effet, comme on l'a déjà fait remarquer au paragraphe 4.1, lorsque l'on fait croître progressivement

la force aéromotrice concordante insérée dans la branche A, le débit s'accroît non seulement dans A, mais dans les branches disposées en série. Par conséquent, au moment de la neutralité en C, on a dans les boueaux (3,5) et (4,6) un débit  $Q_{tot} > Q_{A,n} + Q_{B,n} + Q_{C,n}$

l'indice n rappelant qu'il s'agit des débits en l'absence d'incendie; dans les boueaux (1,3) et (2,4), on a évidemment aussi  $Q_{tot}$ ; dans la branche A, vu l'inversion dans B, on a un débit plus grand encore. On peut donc écrire que l'inversion ne se produira pas en C si l'on a

$$\left( \frac{1}{2} R'' + R_a \right) \left( Q_{A,n} + Q_{B,n} + Q_{C,n} \right)^2 > \frac{1}{3} (z_2 - z_1)$$

---

D'où la règle pratique suivante : étant donné le réseau ramifié de la figure 9, avec un incendie en A et la branche B en inversion, le risque d'inversion sera nul dans C pour autant que la perte de charge totale de la boucle 3,1,A,2,4 joignant les extrémités de C en passant par le foyer, calculée pour le débit normal total  $Q_A + Q_B + Q_C$  et exprimée en mm H<sub>2</sub>O soit supérieure au tiers de la dénivellation en m entre les extrémités de la branche en feu. Toutefois, une réduction de 50 % sera appliquée aux pertes de charge des parties de la boucle dont le poids spécifique n'est pas modifié notamment (3,1), (1,F) et (2,4).

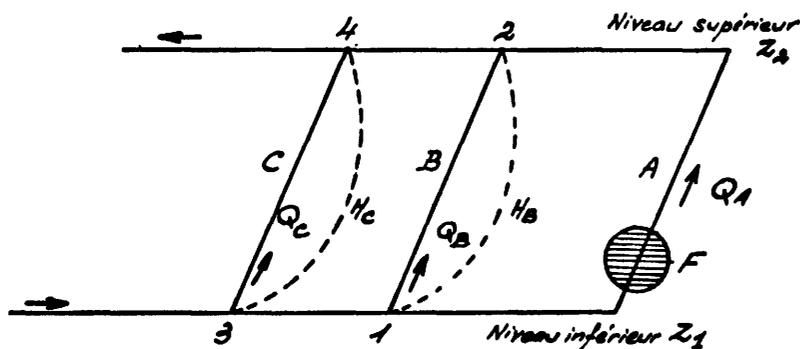
Résumé pratique de l'annexe III

1 - Mode d'action d'un incendie sur l'aéragé.

On a montré que la présence d'un incendie dans une branche en aéragé apporte aux conditions de la circulation de l'air dans le réseau des perturbations nombreuses, dont l'effet global est équivalent à une force aéromotrice dans le sens de l'aéragé dont la valeur passe par un maximum pour des conditions facilement atteintes ou même dépassées dans la pratique (température moyenne des fumées de l'ordre de 300°C).

Cette circonstance permet de prévoir les effets possibles d'un incendie en ce qui concerne le risque d'inversion d'aéragé dans une branche voisine ou lointaine de la branche incendiée.

2 - Formules approchées.



Soient 3 branches A.B.C. en parallèle parcourues par des courants de débits  $Q_A$ ,  $Q_B$ ,  $Q_C$ ; les pertes de charge étant  $H_B$  entre les extrémités de B et  $H_C$  entre les extrémités de C;  $z_1$  et  $z_2$  les cotes des niveaux supérieur et inférieur, et un incendie au pied du chantier A, pour les pertes de charges exprimées en millimètres d'eau et les cotes en mètres :

Premières formules: il y a risque d'inversion d'aéragé dans la branche B si :  $H_B < \frac{z_2 - z_1}{3}$

il y a risque d'inversion d'aéragé dans la branche C si :

$$\frac{H_B + H_C}{2} < \frac{z_2 - z_1}{3}$$

Deuxièmes formules : les deux formules ci-dessus comportant des marges de sécurité qui peuvent être considérables, on serrera le problème de plus près avec les deux formules ci-dessous, moins simples d'application :

- Il y a risque d'inversion d'aérage dans la branche B si la perte de charge dans la branche A, comptée du point 1 au point 2 et pour le débit  $Q_A + Q_B$  est inférieure à  $\frac{z_2 - z_1}{3}$ .
- Il y a risque d'inversion d'aérage dans la branche C si la perte de charge dans le circuit 3, 1, A, 2, 4 pour le débit  $Q_A + Q_B + Q_C$  est inférieure à  $\frac{z_2 - z_1}{3}$ .

### 3 - Déterminations exactes

Les secondes formules comportant encore des marges de sécurité importantes, en cas de doute, il y a lieu de demander des calculs plus précis au spécialiste en aérage.

Celui-ci pourra d'ailleurs évaluer le risque d'inversion pour n'importe quelle branche d'un réseau quelconque, pour autant qu'il possédera des données complètes sur le réseau à étudier, et les moyens (simulateur, ordinateur) de les exploiter; pour cela il figurera l'incendie par :

- a) des forces aéromotrices  $\Delta H = 0,65 (z_2 - z_1)$  dans les galeries inclinées parcourues par des fumées très chaudes ( $z_1$  étant la cote de l'entrée et  $z_2$  la cote de la sortie de la galerie).
  - b) Un doublement de la résistance des galeries, horizontales ou inclinées, parcourues par des fumées très chaudes (longueurs variables avec l'intensité et la durée de l'incendie).
  - c) Une augmentation de débit de 5 à 15 % sur une certaine longueur en aval aérage de l'incendie, longueur variable avec l'intensité et la durée de l'incendie.
-



