

EUR 4087 d

EUROPÄISCHE ATOMGEMEINSCHAFT - EURATOM

**DIE UNTERSUCHUNG VON SCHNELLEN
GEPULSTEN ANORDNUNGEN
MIT DER MONTE CARLO METHODE**

von

H. KSCHWENDT

1968



**Gemeinsame Kernforschungsstelle
Forschungsanstalt Ispra - Italien**

**Hauptabteilung Reaktorphysik
Theorie und Berechnung von Reaktoren**

HINWEIS

Das vorliegende Dokument ist im Rahmen des Forschungsprogramms der Kommission der Europäischen Gemeinschaften ausgearbeitet worden.

Es wird darauf hingewiesen, daß die Kommission der Europäischen Gemeinschaften, ihre Vertragspartner und die in deren Namen handelnden Personen :

keine Gewähr dafür übernehmen, daß die in diesem Dokument enthaltenen Informationen richtig und vollständig sind, oder daß die Verwendung der in diesem Dokument enthaltenen Informationen, oder der in diesem Dokument beschriebenen technischen Anordnungen, Methoden und Verfahren nicht gegen gewerbliche Schutzrechte verstößt;

keine Haftung für die Schäden übernehmen, die infolge der Verwendung der in diesem Dokument enthaltenen Informationen, oder der in diesem Dokument beschriebenen technischen Anordnungen, Methoden oder Verfahren entstehen könnten.

Dieser Bericht wird in den auf der vierten Umschlagseite genannten Vertriebsstellen

zum Preise von DM 13,20	FF 16,50	FB 165,—	Lit. 2 060	Fl. 11,95
-------------------------	----------	----------	------------	-----------

verkauft.

Es wird gebeten, bei Bestellungen die EUR-Nummer und den Titel anzugeben, die auf dem Umschlag jedes Berichts aufgeführt sind.

Gedruckt von Guyot, s.a.
Brüssel, November 1968

Das vorliegende Dokument wurde an Hand des besten Abdruckes vervielfältigt, der zur Verfügung stand.

EUR 4087 d

DIE UNTERSUCHUNG VON SCHNELLEN, GEPULSTEN ANORDNUNGEN MIT DER MONTE CARLO METHODE, von H. KSCHWENDT

Europäische Atomgemeinschaft - EURATOM

Gemeinsame Kernforschungsstelle - Forschungsanstalt Ispra (Italien)

Hauptabteilung Reaktorphysik - Theorie und Berechnung von Reaktoren

Luxemburg, November 1968 - 116 Seiten - 25 Abbildungen - FB 165

Die Struktur der zeitabhängigen Lösung der Neutronentransportgleichung wird mit Hilfe der Monte Carlo Methode, die sich zur Untersuchung des Kurzzeitverhaltens besonders eignet, an kleinen, gepulsten Anordnungen studiert. Es wurde ein umfangreiches Rechenprogramm entwickelt, das alle interessanten Kernprozesse im Bereich schneller bis thermischer Neutronen in Platten, Kugeln und Zylindern behandelt.

Stationäre, schnelle Ausflußspektren zeigen gute Übereinstimmung mit Experimenten und S_n -Rechnungen, ähnliches gilt auch für die mittleren Generationszeiten. Im Eingruppenfall erfolgt das zeitliche Abklingen der Neutronenpopulation zwar exponentiell, ist aber ortsabhängig. Bei Blei- und Kupferblöcken

EUR 4087 d

THE INVESTIGATION OF FAST PULSED ASSEMBLIES USING THE MONTE CARLO METHOD, by H. KSCHWENDT

European Atomic Energy Community - EURATOM

Joint Nuclear Research Center - Ispra Establishment (Italy)

Reactor Physics Department - Reactor Theory and Analysis Service

Luxembourg, November 1968 - 116 Pages - 25 Figures - FB 165

The structure of the time dependent solution of the neutron transport equation is studied in small pulsed assemblies using the Monte Carlo method, which is specially suited for the description of short time behaviour. A large computer code was developed which treats all nuclear reactions of interest in slabs, spheres and cylinders and all types of spectra.

Stationary fast leakage spectra show good agreement with experiments and S_n -calculations and a similar situation exists for the mean generation times. In one group cases, the time dependent decay of the neutron population is exponential but space dependent. For lead and copper blocks, the agreement between calculated and measured values is satisfactory, but a fundamental mode

EUR 4087 d

THE INVESTIGATION OF FAST PULSED ASSEMBLIES USING THE MONTE CARLO METHOD, by H. KSCHWENDT

European Atomic Energy Community - EURATOM

Joint Nuclear Research Center - Ispra Establishment (Italy)

Reactor Physics Department - Reactor Theory and Analysis Service

Luxembourg, November 1968 - 116 Pages - 25 Figures - FB 165

The structure of the time dependent solution of the neutron transport equation is studied in small pulsed assemblies using the Monte Carlo method, which is specially suited for the description of short time behaviour. A large computer code was developed which treats all nuclear reactions of interest in slabs, spheres and cylinders and all types of spectra.

Stationary fast leakage spectra show good agreement with experiments and S_n -calculations and a similar situation exists for the mean generation times. In one group cases, the time dependent decay of the neutron population is exponential but space dependent. For lead and copper blocks, the agreement between calculated and measured values is satisfactory, but a fundamental mode

zeigt sich bei kurzen Neutronenlaufzeiten gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung, ein Fundamentalmode kann aber nicht auftreten. Bei multiplizierenden Anordnungen ist ein Fundamentalmode feststellbar, sobald der Multiplikationsfaktor größer als 0.9 ist.

cannot appear. In the case of multiplying media, a fundamental mode can be observed as soon as the multiplication factor exceeds 0.9.

cannot appear. In the case of multiplying media, a fundamental mode can be observed as soon as the multiplication factor exceeds 0.9.

EUR 4087 d

EUROPÄISCHE ATOMGEMEINSCHAFT - EURATOM

DIE UNTERSUCHUNG VON SCHNELLEN
GEPULSTEN ANORDNUNGEN
MIT DER MONTE CARLO METHODE

von

H. KSCHWENDT

Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades
der philosophischen Fakultät der Karl-Franzens-Universität Graz - 1965

1968



Gemeinsame Kernforschungsstelle
Forschungsanstalt Ispra - Italien

Hauptabteilung Reaktorphysik
Theorie und Berechnung von Reaktoren

ZUSAMMENFASSUNG

Die Struktur der zeitabhängigen Lösung der Neutronentransportgleichung wird mit Hilfe der Monte Carlo Methode, die sich zur Untersuchung des Kurzzeitverhaltens besonders eignet, an kleinen, gepulsten Anordnungen studiert. Es wurde ein umfangreiches Rechenprogramm entwickelt, das alle interessanten Kernprozesse im Bereich schneller bis thermischer Neutronen in Platten, Kugeln und Zylindern behandelt.

Stationäre, schnelle Ausflußspektren zeigen gute Übereinstimmung mit Experimenten und S_N -Rechnungen, ähnliches gilt auch für die mittleren Generationszeiten. Im Eingruppenfall erfolgt das zeitliche Abklingen der Neutronenpopulation zwar exponentiell, ist aber ortsabhängig. Bei Blei- und Kupferblöcken zeigt sich bei kurzen Neutronenlaufzeiten gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung, ein Fundamentalmode kann aber nicht auftreten. Bei multiplizierenden Anordnungen ist ein Fundamentalmode feststellbar, sobald der Multiplikationsfaktor größer als 0.9 ist.

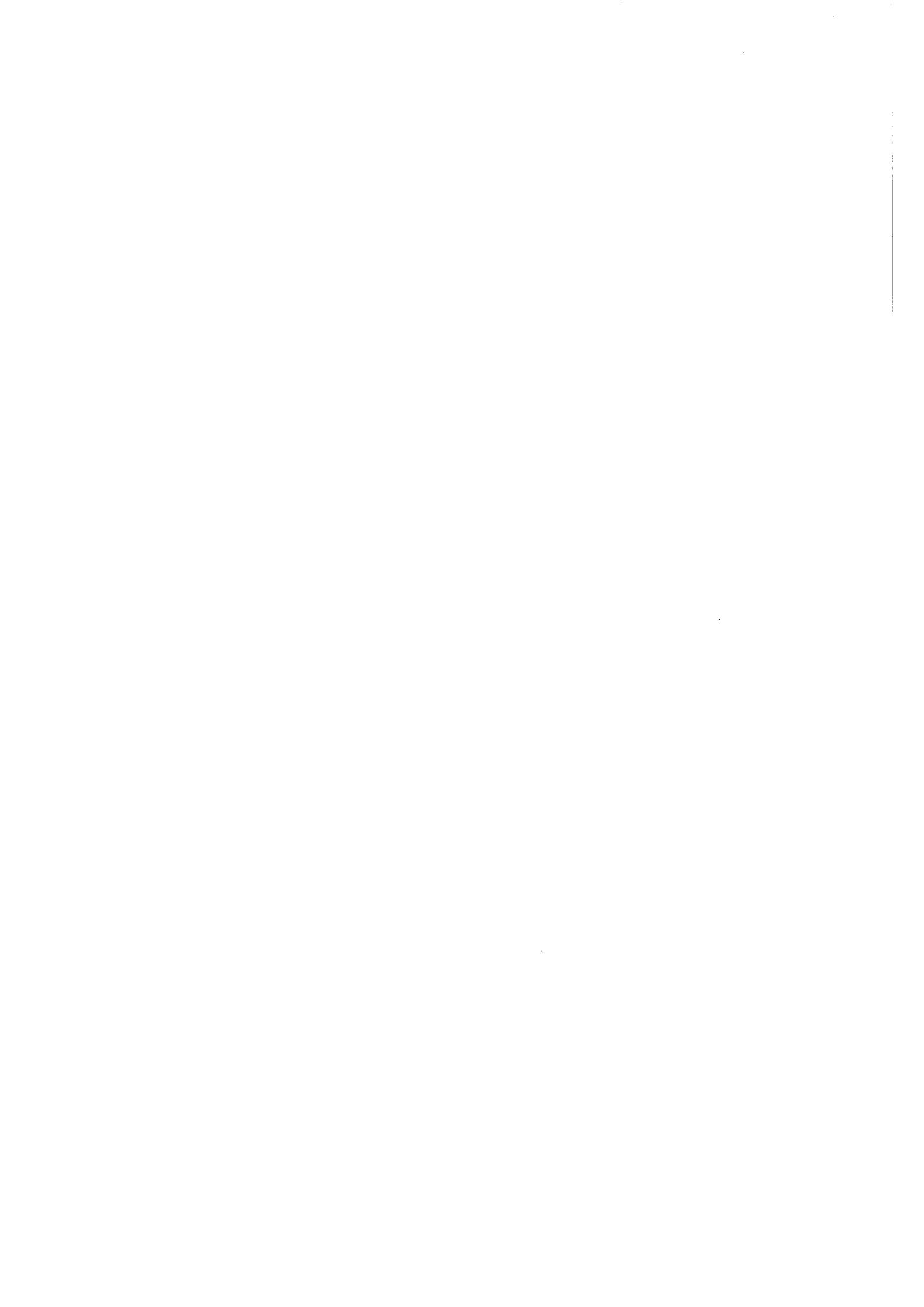
SCHLAGWORTE

FAST REACTORS
PULSES
MONTE CARLO METHOD
NUMERICALS
NEUTRONS

TRANSPORT THEORY
NEUTRON FLUX
SPECTRA
TIME DEPENDENCE
CONFIGURATION

Meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Professor Dipl.-Ing. Dr. Paul Urban, möchte ich an dieser Stelle für die großzügige Förderung meiner Ausbildung und für seine stete Anteilnahme an dieser Arbeit meinen aufrichtigsten Dank aussprechen.

Diese Arbeit wurde durch ein Stipendium der Europäischen Atomgemeinschaft ermöglicht. Die numerischen Rechnungen wurden im Forschungszentrum Ispra (Italien) durchgeführt. Den Herren Matthes, Müller und Rief danke ich für zahlreiche anregende Diskussionen.



Inhaltsverzeichnis

	Seite
Einleitung	7
Zweck der Arbeit	9

TEIL I

Idee und Herstellung des Monte Carlo Codes TIMOC

1.1. Der Monte Carlo Code TIMOC	11
1.2. Die Boltzmann-Gleichung in Integralform	14
1.3. Die Lösung von Integralgleichungen mit der Monte Carlo Methode	19
1.3.1. Die Grundlagen der Monte Carlo Methode	19
1.3.2. Anwendung auf Integralgleichungen	21
1.4. Die Lösung der Boltzmann-Gleichung	25
1.4.1. Der analytische Lösungsweg	25
1.4.2. Die Startneutronen	27
1.4.3. Die Kernprozesse	29
1.4.4. Fluß und andere differentielle Größen	33
1.4.5. Kritikalität und Lebenszeiten	35
1.4.6. Die zeitabhängige Lösung	37
1.4.7. Das Flußdiagramm	38
1.4.8. Die Wirkungsquerschnitte	43

TEIL II

Numerische Resultate

2.1. Stationäre Reaktorberechnungen	45
2.1.1. Schnelle Flußspektren	45
2.1.2. Schnelle Ausflußspektren	54
2.1.3. Multiplikationsfaktoren	58
2.1.4. Lebenszeiten	58
2.2. Monoenergetische Ausbreitung eines Neutronenfeldes in einer Kugel	71

	Seite
2.3. Nichtmultiplizierende, schwach moderierende Anordnungen	85
2.4. Das zeitabhängige Energiespektrum in Wasser	97
2.5. Schnelle multiplizierende Anordnungen	100
Ausblick	112

Tabellen

1. Energiegruppen der Wirkungsquerschnitte des TIMOC Codes	44
2. Multiplikationsfaktoren und Lebenszeiten von GODIVA, JEZEBEL, TOPSY und ZPR-III-6F	60
3. p -Werte	84
4. q -Werte	84

DIE UNTERSUCHUNG VON SCHNELLEN, GEPULSTEN ANORDNUNGEN MIT
DER MONTE CARLO METHODE *)

Einleitung

Gepulste Experimente gewinnen in der Neutronenphysik immer mehr an Bedeutung. Man hofft, aus den Meßdaten Rückschlüsse auf das kinetische Verhalten von Reaktoren ziehen zu können.

Zur Interpretation von Messungen an gepulsten Anordnungen ist bis heute keine Theorie bekannt, die befriedigende Ergebnisse liefert.

Ausgangspunkt der theoretischen Untersuchungen solcher Experimente ist die Gleichung der Neutronentransporttheorie - die Boltzmanngleichung. Es ist jedoch bis heute nicht gelungen, diese Gleichung für praktisch-brauchbare Fälle in allgemeiner Form zu lösen. Man ist daher gezwungen, Näherungsmethoden zur Lösung dieser Gleichung einzuführen.

Die Diffusionsnäherung, d.h. die P_1 -Näherung, wird hierbei sehr häufig verwendet. Sie gilt allerdings nur unter der Annahme eines schwach anisotropen Flusses und schwach anisotroper Streuung. In ihrer bisherigen Formulierung [1] ist sie daher zur Interpretation von gepulsten Experimenten kaum brauchbar. Dasselbe gilt für die P_n -Näherung, die ja nur eine Erweiterung der P_1 -Näherung darstellt.

Auch die S_n -Methode [2], die in einer großen Zahl von ein- und zweidimensionalen stationären Anordnungen gute Ergebnisse liefert, ist bis heute nicht auf zeitabhängige Probleme verallgemeinert.

*) Manuskript erhalten am 17. September 1968.

Die Auswertung der bisher gemachten gepulsten Experimente basiert in der Regel auf der Annahme, daß der Neutronenfluß $\bar{\Phi}$ nach genügend langer Zeit exponentiell abklingt:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{\Phi}(\vec{r}, \vec{v}, t) = e^{-\alpha t} \psi(\vec{r}, \vec{v})$$

Manche Meßergebnisse scheinen dies zu bestätigen; sämtliche veröffentlichten Meßkurven lassen zumindest einen solchen asymptotischen Verlauf erkennen. Da aber bei fast allen Experimenten der Fluß nur am Außenrand der Anordnung gemessen wurde, läßt sich selbstverständlich aus diesen Ergebnissen noch nicht schließen, daß auch im Inneren der Anordnung derselbe zeitliche Verlauf des Flusses wie außen vorhanden ist. BENGSTON [3] hat zwar festgestellt, daß bei quaderförmigen, unreflektierten Anordnungen die Zerfallskonstante unabhängig von der Detektorposition ist, D'OULTREMONT [4] dagegen hat bei derselben geometrischen Konfiguration das Gegenteil gefunden.

Weiters zeigen bisher bekannt gewordene Rechen-
ergebnisse von Lebenszeiten, auf S_n -Rechnungen basierend, teilweise große Abweichungen von den Meß-
ergebnissen [5].

Der Begriff der Lebenszeit hat nur dann eine praktische Bedeutung, wenn diese Lebenszeit unabhängig von Ort und Geschwindigkeit der Neutronen ist. Nur dann kann man nämlich aus der Lösung der üblicherweise verwendeten Kinetikgleichung [6] -

diese Gleichung geht aus der Boltzmann-Gleichung dadurch hervor, daß die Variablen des Phasenraums durch eine bestimmte mathematische Vorschrift eliminiert wurden - Schlüsse auf das Verhalten der gesamten Neutronenpopulation ziehen.

Die Lebenszeit ist bei nahezu kritischen Anordnungen eng verknüpft mit dem exponentiellen Zerfall des Neutronenflusses. Ist dieser exponentielle Zerfall nicht gegeben, verliert auch die Lebenszeit ihre Bedeutung als fundamentale Größe.

Zweck der Arbeit

Nach den bisher vorliegenden Meßergebnissen erscheint es viel zu wenig gesichert, daß sich bei gepulsten Anordnungen ein exponentielles Abklingen des Neutronenflusses einstellt. Wenn auch die veröffentlichten Meßergebnisse für ein exponentielles Abklingen zu sprechen scheinen, ist dem entgegenzuhalten, daß es äußerst schwierig ist, die bei der Messung störenden Einflüsse - den Hintergrund - exakt zu bestimmen. Speziell bei geringen Neutronendichten ist aber der Einfluß eines zu ungenau bestimmten Hintergrundes sehr groß. Auch haben die verwendeten Detektoren nur eine ganz bestimmte Energiebreite. Eine Messung sagt also nicht unbedingt etwas über Neutronen aus, deren Energie unter der Schwellenergie des Detektors liegt.

Zweck dieser Arbeit ist es nun, diese Schwierigkeiten mit Hilfe eines Rechenverfahrens zu umgehen.

Da aber augenblicklich keine analytischen Methoden befähigt erscheinen, die Natur von gepulsten Experimenten befriedigend zu erklären, wurde ein rein numerischer Lösungsweg eingeschlagen - die Monte Carlo Methode.

Die vorliegende Arbeit versucht also, unter Zuhilfenahme der Monte Carlo Methode, einen Einblick in die Struktur der zeitabhängigen Lösung des Neutronentransportproblems zu verschaffen. Die bei gepulsten Experimenten auftretenden Phänomene spielen sich in Zeiten von der Größenordnung von 10^{-9} bis 10^{-5} sec ab. Zur Beschreibung dieser Kurzzeitvorgänge ist die Monte Carlo Methode besonders gut geeignet.

Dieser spezielle Lösungsweg ist ohne schnelle Rechenmaschinen nicht gangbar und verlangt zwangsläufig die Programmierung eines umfangreichen Codes.

T E I L I

IDEE UND HERSTELLUNG DES MONTE CARLO CODES

T I M O C

1.1. Der Monte Carlo Code TIMOC

Aus dem Monte Carlo Code MOCA-2A (Fast Fission Monte Carlo Code) von H. RIEF [7] wurde vom Autor der zeitabhängige Code TIMOC (Time Dependent Monte Carlo Code) entwickelt.

Der Code TIMOC beschreibt die orts-, geschwindigkeits- und zeitabhängige Ausbreitung eines Neutronenfeldes im Energiebereich schneller (ca. 14 MeV) bis thermischer (ca. $\frac{1}{40}$ eV) Neutronen. Als Geometrien werden geschichtete Kugeln, sowohl in der Höhe als auch im Radius geschichtete Zylinder und geschichtete Blöcke verwendet. Die folgenden Kernprozesse werden dabei behandelt: Einfang, isotrope und anisotrope elastische Streuung, inelastische Streuung entweder durch angeregte Zustände oder das Verdampfungsmodell, Spaltung und $n-2n$ Reaktionen.

Wegen ihrer großen praktischen Bedeutung wurde jenen Fällen, in denen die Multiplikationsrate so groß war, daß eine fast kritische Anordnung vorlag, besondere Bedeutung beigemessen.

Gegenüber analytischen Methoden weist der Code TIMOC folgende Vorteile auf:

- a) Der Code beschreibt die Kernprozesse exakt
- b) Besonders gute Resultate bei kleinen Abmessungen (bis ca. 10 bis 20 freie Weglängen)
- c) Verwendung komplizierterer Geometrien als bei analytischen Verfahren üblich
- d) Bei vergleichbaren Anordnungen kürzere Rechenzeiten als bei anderen Methoden
- e) Besonders gute Resultate bei Kurzzeitvorgängen (bis ca. 1000 Neutronenlebenszeiten).

Die Nachteile des Codes MINOC sind:

- a) Bei großen Abmessungen (Abschirmprobleme) werden die Ergebnisse wegen der statistischen Fehler unbrauchbar
- b) Das Langzeitverhalten (verzögerte Neutronen) kann nicht berechnet werden
- c) Der Code verlangt a priori die Verwendung schneller Rechenmaschinen.

Der Code wurde für eine IBM 7090/94 Rechenmaschine geschrieben. Die folgenden Größen können berechnet werden:

- a) Fermialter für jede Koordinate
- b) Der Prozentsatz der Neutronen, die unter eine bestimmte Energieschwelle gehen (Moderation)
- c) Multiplikationsfaktor (Kritikalität)
- d) Mittlere Generations- (Erzeugungs-)zeit für jedes spaltbare Isotop und gesamte mittlere Erzeugungszeit

- e) Mittlere Lebenszeit für Absorption, Moderation und Ausfluß und gesamte mittlere Lebenszeit
- f) Generations- und Lebenszeitspektrum (d.h. wieviel Neutronen in gewissen Zeitintervallen erzeugt oder vernichtet werden)
- g) Zahl der Spaltungen pro primäres Neutron, Region (d.h. Teilgebiet einer Anordnung) und Isotop
- h) Absorption als Funktion von Region, Energie und Zeit
- i) Neutronenfluß als Funktion von Region, Energie und Zeit
- j) Stoßdichte als Funktion von Region, Energie und Zeit
- k) Fluß und Strom an den Übergangsschichten zwischen je zwei Regionen als Funktion von Energie, Zeit und Winkel zwischen Flugrichtung und Flächennormale (beinhaltet auch das Ausflußspektrum)
- l) Energieablage als Funktion von Ort und Energie
- m) Zahl der Stöße der Neutronen pro Energiegruppe.

Die Grenzen des Codes TIMOC sind:

- 50 Energiegruppen
- 15 Regionen
- 10 Isotopenmischungen
- 10 Isotope pro Mischung
- 50 Zeitgruppen (-intervalle)
- 20 Winkelintervalle.

Die vom Autor durchgeführten Erweiterungen beziehen sich auf die Berechnung der Kritikalität, der mittleren Lebenszeiten, auf sämtliche Größen, die die Zeit als Variable enthalten und auf die Programmierung der Kugelgeometrie.

1.2. Die Boltzmann-Gleichung in Integralform

Die wichtigsten aller auf Neutronen einwirkenden Kräfte sind die Kernkräfte. Praktisch nehmen nur sie auf die Wanderung von Neutronen merklichen Einfluß. Da diese Kernkräfte nur eine sehr geringe Reichweite haben, kann man die Bewegung eines Neutrons allein über seine Stöße mit Atomkernen und anderen freien Neutronen zufriedenstellend beschreiben. Da selbst bei stärksten Neutronenquellen und in Hochflußreaktoren die Anzahl der Neutronen im Verhältnis zur Anzahl der Atomkerne verschwindend klein ist, kann man bei einer Stoßbilanz die gegenseitigen Stöße der Neutronen gegenüber den Stößen mit Kernen vernachlässigen.

Die kinetische Energie von Spaltneutronen kann bis ca. 10 MeV betragen. Die Neutronen erreichen bei ca. $\frac{1}{40}$ eV ein thermisches Gleichgewicht mit ihrer Umgebung. In diesem Energiebereich ($\frac{1}{40}$ eV - 10 MeV) kann man aber relativistische Effekte vollkommen vernachlässigen. Auch quantenmechanische Effekte, wie die Unbestimmtheitsrelation, können vollkommen vernachlässigt werden.

Infolge der geringen Reichweite der Kernkräfte kann angenommen werden, daß die Neutronen zwischen den Stößen auf einer geraden Linie mit konstanter Geschwindigkeit fliegen. Die Zeit, die zwischen dem Eintritt eines Neutrons in ein Kernfeld und dem folgenden Wiederaustritt vergeht, ist so kurz, daß sie ebenfalls vernachlässigt werden kann [8].

Die folgenden vier Kernprozesse bestimmen im wesentlichen das Verhalten der Neutronen im Reaktor:

- a) Elastische Streuung
- b) Inelastische Streuung
- c) Einfang
- d) Spaltung.

$n - 2n$ Reaktionen können dabei als fiktive Spaltung aufgefaßt werden.

Mit den obigen Voraussetzungen kann man das Phänomen der statistischen Neutronenwanderung mathematisch formulieren [1], [8], [9]. Man definiert dabei die folgenden Symbole:

t = Zeit.
 \vec{r} = Ortsvektor eines Neutrons.
 $\vec{v} = v \cdot \vec{\Omega}$ = Geschwindigkeitsvektor eines Neutrons.

$N(\vec{r}, \vec{v}, t) dV dv d\Omega$ = Mittlere Zahl von Neutronen, die sich zur Zeit t im Volumenelement dV um den Punkt \vec{r} befinden und mit einer Geschwindigkeit zwischen v und $v+dv$ in eine Richtung fliegen, die im Raumwinkel $d\Omega$ um die Richtung $\vec{\Omega}$ liegt.

$C_E^K(\vec{r}', \vec{v}' \rightarrow \vec{v})$ = Streukern für elastische Streuung am Isotop K. Er gibt an, wie sich Richtung und Geschwindigkeit eines Neutrons durch elastischen Stoß mit einem Atomkern des Isotops K, das sich am Ort \vec{r}' befindet, ändern.

$C_I^K(\vec{r}', \vec{v}' \rightarrow \vec{v})$ = Streukern für unelastische Streuung.

$T(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, \vec{v}, t' \rightarrow t)$ = Transportkern. Er gibt an, wo (\vec{r}) und wann (t) ein Neutron seinen nächsten Stoß macht, wenn es seinen letzten Stoß am Ort \vec{r}' zur Zeit t' machte und die Geschwindigkeit \vec{v} besitzt.

$$E^K(\vec{r}', \vec{v}', t' \rightarrow \vec{r}, \vec{v}, t) = C_E^K(\vec{r}', \vec{v}' \rightarrow \vec{v}) \cdot T(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, \vec{v}, t' \rightarrow t)$$

$$I^K(\vec{r}', \vec{v}', t' \rightarrow \vec{r}, \vec{v}, t) = C_I^K(\vec{r}', \vec{v}' \rightarrow \vec{v}) \cdot T(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, \vec{v}, t' \rightarrow t)$$

$\sigma_E^K(v), \sigma_I^K(v), \sigma_F^K(v), \sigma_C^K(v)$ = mikroskopische Wirkungsquerschnitte des Isotops K für elastische (E) oder inelastische (I) Streuung, Spaltung (F) oder Einfang (C) als Funktion der Geschwindigkeit des Neutrons.

$$\sigma_T^K(v) = \sigma_E^K(v) + \sigma_I^K(v) + \sigma_F^K(v) + \sigma_C^K(v) = \text{Totaler mikroskopischer Wirkungsquerschnitt des Isotops K.}$$

$$n^K(\vec{r})$$

= Zahl der Atome pro cm^3
des Isotops K am Ort \vec{r} .

$$\sum_E^K(\vec{r}, v) = n^K(\vec{r}) \cdot \sigma_E^K(v)$$

= Makroskopischer Wirkungsquerschnitt des Isotops K für elastische Streuung am Ort \vec{r} für eine Geschwindigkeit v .

$$\sum_I^K(\vec{r}, v), \sum_F^K(\vec{r}, v), \sum_C^K(\vec{r}, v)$$

= Makroskopische Wirkungsquerschnitte für die übrigen Kernprozesse.

$$\sum_T^K(\vec{r}, v) = n^K(\vec{r}) \cdot \sigma_T^K(v)$$

= Totaler makroskopischer Wirkungsquerschnitt des Isotops K am Ort \vec{r} für eine Geschwindigkeit v .

$$\sum_T(\vec{r}, v) = \sum_{K=1}^M \left\{ \sum_T^K(\vec{r}, v) \right\}$$

= Totaler makroskopischer Wirkungsquerschnitt eines aus M Isotopen bestehenden Isotopengemisches als Funktion von \vec{r} und v .

$$p_E^K(\vec{r}, v) = \sum_E^K(\vec{r}, v) / \sum_T^K(\vec{r}, v)$$

= Wahrscheinlichkeit, daß ein Kernprozeß, den ein Neutron der Geschwindigkeit v am Ort \vec{r} macht, elastische Streuung am Isotop K ist.

$$p_I^K(\vec{r}, v), p_F^K(\vec{r}, v), p_C^K(\vec{r}, v)$$

= entsprechende Wahrscheinlichkeiten für die übrigen Kernprozesse.

$$v^K(v')$$

= Mittlere Zahl der bei einer Spaltung eines Atomkernes des Isotops K frei werdenden Neutronen als Funktion der Geschwindigkeit des spaltenden Neutrons.

$\chi^K(v) dv$ = Wahrscheinlichkeit, daß ein bei einer Spaltung des Isotops K frei werdendes Neutron eine Geschwindigkeit zwischen v und $v+dv$ hat.

$S(\vec{r}', \vec{v}', t') dV dv' d\Omega'$ = Mittlere Zahl der Neutronen, die zur Zeit t' im Volumenelement dV um den Punkt \vec{r}' mit einer Geschwindigkeit zwischen v' und $v'+dv'$ und einer Richtung, die im Raumwinkel $d\Omega'$ um die Richtung $\vec{\Omega}'$ liegt, durch äußere Quellen erzeugt werden.

Mit diesen Symbolen hat die Boltzmann-Gleichung folgende Gestalt:

$$\begin{aligned}
 N(\vec{r}, \vec{v}, t) = & \int_V dV' \int_P d\Omega' N(\vec{r}', \vec{v}', t') \cdot \\
 & \cdot \sum_{K=1}^M \left\{ p_E^K(\vec{r}', v') \cdot E^K(\vec{r}', \vec{v}', t' \rightarrow \vec{r}, \vec{v}, t) + \right. \\
 & \quad + p_I^K(\vec{r}', v') \cdot I^K(\vec{r}', \vec{v}', t' \rightarrow \vec{r}, \vec{v}, t) + \\
 & \quad \left. + p_F^K(\vec{r}', v') \cdot \nu^K(v') \chi^K(v) T(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, \vec{v}, t' \rightarrow t) \right\} \\
 & + \int_V dV' S(\vec{r}', \vec{v}', t') T(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, \vec{v}, t' \rightarrow t) \quad (1,1)
 \end{aligned}$$

wobei

$$t' = t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{v} .$$

Die Boltzmann-Gleichung sagt aus, daß die Zahl der Neutronen mit der Geschwindigkeit \vec{v} , die sich zur Zeit t am Ort \vec{r} befinden, gleich der Zahl der Neutronen ist, die sich zur Zeit t' am Ort \vec{r}' befinden und die Geschwindigkeit \vec{v}' besitzen, multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit, in der Zeit $t-t'$ infolge eines Kernprozesses in den Phasenraumpunkt (\vec{r}, \vec{v}) zu fliegen, summiert über alle möglichen \vec{r}' und \vec{v}' , vermehrt um die Zahl der Neutronen, die in der Zeit $t-t'$ von äußeren Quellen nach (\vec{r}, \vec{v}) emittiert werden. Die Boltzmann-Gleichung ist also eine Neutronenbilanz.

1.3. Die Lösung von Integralgleichungen mit der Monte Carlo Methode

1.3.1. Die Grundlagen der Monte Carlo Methode

Die Monte Carlo Methode ist eine rein numerische Methode, die ursprünglich zur Lösung mehrfacher Integrale verwendet wurde. Man könnte sie als "Vorrichtung zum Studium eines künstlichen, stochastischen Modells eines physikalischen oder mathematischen Prozesses" bezeichnen [10]. Mit "stochastischem Modell" ist dabei ein Prozeß, der Zufalls- (stochastische) Elemente in seiner Struktur beinhaltet, zu bezeichnen. Gewöhnlich verwendet man denselben Ausdruck für die mathematische Darstellung und das physikalische Konzept.

Die Lösung eines Problems wird auf ein sogenanntes "Zufallsspiel" zurückgeführt, d.h. physikalische oder mathematische Größen werden aus zufälligen

Größen bestimmt. Jedem Versuch im Zufallsspiel, dem Würfeln, entspricht ein numerisches Ergebnis, eine Zufallszahl. Beim Zufallsspiel entspricht der Mittelwert der Zufallszahlen der physikalischen oder mathematischen Größe, die man zu erhalten wünscht.

In der Neutronentransporttheorie ergibt sich dieses Zufallsspiel als direktes Analogon zum stochastischen Prozeß der Neutronenwanderung und der dabei auftretenden Kernprozesse. Die Bewegung einzelner Neutronen, die sich nach bekannten Gesetzmäßigkeiten in einem Medium fortbewegen, wird dabei mit Hilfe des Zufallsspieles simuliert. Beim Stoß eines Neutrons sei z.B. die Wahrscheinlichkeit für Einfang $p_a = 0.2$, die für Streuung $p_s = 0.5$ und die für Spaltung $p_f = 0.3$. Mit Hilfe einer Zufallszahl wird einer dieser drei Prozesse ausgewählt. Das Auswürfeln geschieht nach folgendem Schema: sind diese Zufallszahlen zwischen 0 und 1 gleichverteilt, so wird man, wenn eine spezielle Zufallszahl zwischen 0 und 0.2 liegt, Einfang als Ergebnis des Würfeln bekommen, wenn sie zwischen 0.2 und 0.7 liegt, Streuung, und wenn sie zwischen 0.7 und 1 liegt, Spaltung. Bei Streuung z.B. wählt man mit Hilfe einer anderen Zufallszahl aus der bekannten Streuerverteilung einen bestimmten Streuwinkel aus, und damit die Flugrichtung des Neutrons nach dem Stoß. Die freie Weglänge wird ebenfalls aus einer entsprechenden Verteilungsfunktion ausgewürfelt. Eine große Anzahl von Neutronenschicksalen vermag somit physikalisch wichtige Informationen über Größen wie Fluß, Ausfluß, Strom und andere mehr zu geben.

Der große Vorteil der Monte Carlo Methode gegenüber analytischen Methoden liegt vor allem darin, daß zur Beschreibung eines einzelnen Neutronenschicksals nur sehr wenige Parameter wie Ort, Geschwindigkeit und Zeit nötig sind. Bei der analytischen Integration der Boltzmann-Gleichung dagegen braucht man, um z.B. die Neutronendichte an irgendeinem Punkt auszurechnen, Information von allen anderen Punkten der Anordnung.

1.3.2. Anwendung auf Integralgleichungen

Die mathematische Formulierung der stochastischen Neutronenwanderung führt auf die Boltzmann-Gleichung in Integralform. Es ist also wichtig, zu wissen, unter welchen Umständen eine Integralgleichung mit der Monte Carlo Methode gelöst werden kann. Dieser Punkt wurde bisher in der Fachliteratur nicht einwandfrei geklärt.

Zur Illustration verwendet man am einfachsten eine Integralgleichung mit nur einer Variablen; d.h. die Neutronen können in einem Medium lediglich von einem Stoßort zu einem anderen fliegen, und an diesen Stoßorten gestreut oder absorbiert werden oder zu Spaltungen Anlaß geben.

man definiert:

$\psi_i(x) dx$ = Wahrscheinlichkeit, daß ein Neutron seinen i -ten Stoß im Bereich $[x, x+dx]$ macht.

$\psi(x) dx = \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i(x) dx$ = Zahl der Stöße, die ein Neutron im Bereich $[x, x+dx]$ macht.

$\lambda K(x,y)dx =$ Wahrscheinlichkeit, daß ein Neutron, das sich im Punkt y befindet, in den Bereich $[x, x+dx]$ fliegt.

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Neutron seinen i -ten Stoß in $[x, x+dx]$ macht, ist gleich der Wahrscheinlichkeit, daß es seinen $(i-1)$ -ten Stoß in $[y, y+dy]$ machte $(= \varphi_{i-1}(y)dy)$, multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit, von y nach $[x, x+dx]$ zu fliegen $(= \lambda K(x,y)dx)$, integriert über alle möglichen y , d.h.:

$$\varphi_i(x)dx = \left(\lambda \int_{\mathcal{L}} K(x,y) \varphi_{i-1}(y) dy \right) dx \quad (1,2)$$

Summiert man diese Gleichung über i von 1 bis ∞ , addiert $\varphi_0(x)dx$ (die Quellverteilung) und dividiert schließlich durch dx , so erhält man:

$$\varphi(x) = \varphi_0(x) + \lambda \int_{\mathcal{L}} K(x,y) \varphi(y) dy$$

Es handelt sich also hier um eine lineare Fredholmsche Integralgleichung zweiter Art, bei der sowohl der Kern als auch das inhomogene Glied nichtnegativ sind und das Integral über den Kern und das inhomogene Glied beschränkt sind. Die Quellverteilung wird als normiert angenommen:

$$\int_{\mathcal{L}} \varphi_0(x) dx = 1 \quad \lambda \iint_{\mathcal{L}\mathcal{L}} K(x,y) dx dy \leq M$$

Für $\lambda \int_{\mathcal{L}} K(x,y) dx = S(y) \leq 1$ ist $S(y)$ die Wahrscheinlichkeit, daß das Neutron gestreut wird und $1-S(y)$

die Wahrscheinlichkeit, daß es absorbiert wird. Autoren [11], [12], [13] setzen $S(y) \leq 1$ als Bedingung für die Konvergenz des obigen Lösungsverfahrens für die Integralgleichung an. Es soll hier gezeigt werden, daß unter gewissen Bedingungen auch $S(y) > 1$ zulässig ist, d.h. daß auch Erzeugung von Neutronen mitberücksichtigt werden kann.

Gemäß Gleichung (1,2) basiert das Lösungsverfahren der Monte Carlo Methode auf der Neumannreihe. Die Neumannreihe konvergiert bekanntlich für alle λ mit $|\lambda| < |\lambda_{\text{MIN}}^E|$. Während der Rechnung kann man vermittels des Quotienten

$$\alpha_i = \frac{\int \varphi_{i+1}(x) dx}{\int \varphi_i(x) dx} \quad (1,3)$$

$$= \frac{\text{Anzahl aller Neutronen nach dem (i+1)-ten Stoß}}{\text{Anzahl aller Neutronen nach dem i-ten Stoß}}$$

leicht feststellen, ob obige Bedingung erfüllt ist.

Es gilt der Grenzwert $\lim_{i \rightarrow \infty} \alpha_i = k = \text{konstant}$.

Physikalisch gesehen bedeutet das, daß sich der sogenannte "Fundamentalmode" eingestellt hat. Aus Gleichung (1,3) folgt dann:

$$\int \{ \varphi_{i+1}(x) - k \varphi_i(x) \} dx = 0$$

Ersetzt man in Gleichung (1,3) i durch $i + 1$, so folgt:

$$\int \{ \varphi_{i+2}(x) - k \varphi_{i+1}(x) \} dx = 0$$

und mit Gleichung (1,2)

$$\int \{ \varphi_{i+1}(x) - k \varphi_i(x) \} S(x) dx = 0$$

Daraus resultiert: $\varphi_{i+1}(x) = k \varphi_i(x)$. Für $k < 1$ konvergiert das Monte Carlo Verfahren. Wird aber $k=1$, so ist $\varphi_{i+1}(x) = \varphi_i(x)$, d.h.:

$$\varphi(x) = \lim_{i \rightarrow \infty} \varphi_i(x)$$

$\varphi(x)$ ist also im Fall $k=1$ Lösung einer homogenen Integralgleichung, und zwar die Eigenlösung für den niedrigsten Eigenwert (Konvergenzradius der Neumannreihe). Damit ist bewiesen, daß nichtnegative Gleichungen wie die Boltzmann-Gleichung mit der Monte Carlo Methode für alle λ -Werte, für die $|\lambda| \leq |\lambda_{\text{MIN}}^E|$ gilt, gelöst werden können.

Die Verallgemeinerung dieses einfachen Falles auf mehrere Variable bietet gerade bei der Monte Carlo Methode keine Schwierigkeiten. Neutronen fliegen im dreidimensionalen Raum vom Punkt (x_i, y_i, z_i) zum Punkt $(x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$. Die Rolle des Kerns übernehmen die Wirkungsquerschnitte, die angeben, wie sich bei einem Stoß Flugrichtung und Energie des Neutrons ändern und wie lang die Flugstrecke zum nächsten Stoßort ist. Bei unterkritischen Anordnungen entspricht das inhomogene Glied der Quellverteilung; bei kritischen Anordnungen ist die Verteilung der Quellen beliebig, da ihr Einfluß für genügend hohe Iterationen vernachlässigbar ist.

1.4. Die Lösung der Boltzmann-Gleichung

1.4.1. Der analytische Lösungsweg

Zur Lösung der Boltzmann-Gleichung (1,1) wird eine Modifikation des direkten Verfahrens der sukzessiven Approximation angewandt. Sie ist dem physikalischen Sachverhalt gemäß gewählt. Für eine bestimmte Anordnung eines multiplizierenden Mediums läßt man eine Quellverteilung in sich zusammenbrechen und verwendet die dabei durch Spaltung entstandenen Neutronen als Quellverteilung für die nächste Iteration etc. Dieser Iterationsprozeß korrespondiert der Abfolge der einzelnen Neutronengenerationen.

Zur einfacheren analytischen Darstellung dieses Iterationsprozesses empfehlen sich folgende Abkürzungen:

$$N(\vec{r}, \vec{v}, t) \quad \Rightarrow \quad \varphi(x)$$

$$\sum_{k=1}^M \left\{ p_E^k(\vec{r}', v') E^k(\vec{r}', \vec{v}', t' \rightarrow \vec{r}, \vec{v}, t) + p_I^k(\vec{r}', v') I^k(\vec{r}', \vec{v}', t' \rightarrow \vec{r}, \vec{v}, t) \right\} \quad \Rightarrow \quad K(x, y)$$

$$\sum_{k=1}^M p_F^k(\vec{r}', v') v^k \chi^k(v) T(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, \vec{v}, t' \rightarrow t) \quad \Rightarrow \quad F(x, y)$$

$$\int_V dV' S(\vec{r}', \vec{v}, t') T(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, \vec{v}, t' \rightarrow t) \quad \Rightarrow \quad S(x)$$

Sie geben Gleichung (1,1) eine viel übersichtlichere Gestalt:

$$\varphi(x) = S(x) + \int_{\mathfrak{L}} K(x,y) \varphi(y) dy + \int_{\mathfrak{L}} F(x,y) \varphi(y) dy \quad (1,4)$$

In dieser Gleichung gilt

$$0 \leq \int_{\mathfrak{L}} K(x,y) dx \leq 1 \quad (1,5)$$

für alle y aus \mathfrak{L} , da dieser Term nur den Anteil der elastischen und inelastischen Streuung enthält. Der Iterationsprozess sieht folgendermaßen aus:

$$\varphi_0(x) = S(x)$$

$$\varphi_1(x) = \int_{\mathfrak{L}} K(x,y) \varphi_1(y) dy + S(x)$$

$$\varphi_2(x) = \int_{\mathfrak{L}} K(x,y) \varphi_2(y) dy + \int_{\mathfrak{L}} F(x,y) \varphi_1(y) dy$$

⋮
⋮
⋮

$$\varphi_i(x) = \int_{\mathfrak{L}} K(x,y) \varphi_i(y) dy + \int_{\mathfrak{L}} F(x,y) \varphi_{i-1}(y) dy.$$

Wegen Gleichung (1,5) konvergiert das Verfahren in den einzelnen Generationen äußerst schnell.

Eine Summation aller $\varphi_i(x)$ von $i=1$ bis N liefert:

$$\sum_{i=1}^N \varphi_i(x) = \int_{\mathfrak{L}} K(x,y) \sum_{i=1}^N \varphi_i(y) dy + \int_{\mathfrak{L}} F(x,y) \sum_{i=1}^{N-1} \varphi_i(y) dy + S(x) \quad (1,6)$$

Die Summation im zweiten Term der rechten Seite von Gleichung (1,6) ist bis $i=N-1$ zu erstrecken, weil als Quellverteilung jeder einzelnen Generation die von der vorhergehenden Generation erzeugten Neutronen genommen werden.

Bezeichnet man

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \varphi_i(x) = \varphi(x), \quad (1,7)$$

so geht Gleichung (1,6) über in:

$$\varphi(x) = \int_{\mathcal{D}} \{K(x,y) + F(x,y)\} \varphi(y) dy + S(x) - \lim_{i \rightarrow \infty} \int_{\mathcal{D}} F(x,y) \varphi_i(y) dy.$$

Solange das letzte Glied im $\lim_{i \rightarrow \infty}$ gegen 0 geht, ist $\varphi(x) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \varphi_i(x)$ Lösung von Gleichung (1,4). Dies ist bei einem unterkritischen Reaktor, dessen Neutronenpopulation langsam ausstirbt, der Fall. Sobald jedoch in Gleichung (1,7) $\varphi_{i+1}(x)$ gegen $\varphi_i(x)$ geht, wird $\varphi_i(x)$ Lösung der homogenen Gleichung

$$\varphi(x) = \int_{\mathcal{D}} \{K(x,y) + F(x,y)\} \varphi(y) dy$$

sein. Auch in diesem Fall liefert die Monte Carlo Methode noch eine physikalisch sinnvolle Lösung. Jetzt tritt an Stelle der Summe über alle Generationen eine einzelne Generation.

1.4.2. Die Startneutronen

Zur Auswahl der Startorte der Neutronen sind im TIMOC Code folgende zwei Möglichkeiten vorgesehen:

- a) Punktquelle
- b) Gleichverteilung in jeder beliebigen Region.

Zur Auswahl der Startrichtung stehen folgende Möglichkeiten zur Verfügung:

- a) Fixe Startrichtung
- b) Isotrope Winkelverteilung.

Zur Auswahl der Startenergie bieten sich folgende zwei Möglichkeiten an:

- a) Fixe Startenergie
- b) Watt-Spaltspektrum. Das Watt-Spaltspektrum hat folgende Form [14]:

$$\chi^K(E) dE = C^K \exp\left\{-\frac{E}{A^K}\right\} \operatorname{sh}\sqrt{B^K E} dE$$

E = Energie, A^K , B^K sind spezielle Konstanten für das Isotop K , die aus Experimenten bestimmt werden und C^K ist die Normierungskonstante.

Die Auswahl der freien Weglänge geschieht aus der Verteilung [9]

$$f(x) dx = \sum_{\tau} \cdot e^{-\sum_{\tau} x} dx \quad (1,8)$$

\sum_{τ} = totaler makroskopischer Wirkungsquerschnitt.

In einem Geometrieunterprogramm wird festgestellt, ob der nächste Stoßort in der Region liegt, in der sich das Neutron befindet, oder ob das Neutron vor dem nächsten Stoß in eine andere Region fliegt. Das ist notwendig, da eine andere Region im allgemeinen ein anderes \sum_{τ} hat. Gleichung (1,8) wird dann entsprechend ersetzt:

$$f(x) dx = \sum_T^{(1)} e^{-\sum_T^{(1)} x} dx \quad \text{für } 0 < x \leq x_1,$$

d.h. mit der Wahrscheinlichkeit

$$\sum_T^{(1)} \int_0^{x_1} e^{-\sum_T^{(1)} x} dx$$

$$= \sum_T^{(2)} e^{-\sum_T^{(2)} x} dx \quad \text{für } x_1 < x \leq x_2$$

⋮
⋮
⋮

$$= \sum_T^{(n)} e^{-\sum_T^{(n)} x} dx \quad \text{für } x_{n-1} < x \leq \infty$$

Die Indizes 1, 2, ..., n bezeichnen dabei die Regionen 1, 2, ..., n und die x_i die in den Regionen i zurückgelegten Flugstrecken.

1.4.3. Die Kernprozesse

Zur Beschreibung der Kernprozesse wird ein für die Monte Carlo Methode typisches Verfahren verwendet: die "Methode der erwarteten Werte". Wenn ein Neutron einen Stoß macht, und die Wahrscheinlichkeit für Streuung z.B. 80% ist und die Wahrscheinlichkeit für Einfang 20%, so entscheidet man sich nach dem früher beschriebenen Monte Carlo Verfahren (auch direkte Monte Carlo Methode genannt) für eine der beiden Möglichkeiten. Bei Verwendung der Methode der erwarteten Werte dagegen, ordnet man jedem Neutron beim Start ein bestimmtes Gewicht zu (hier: $W_0=1$),

und läßt im obigen Fall 80% des Neutrons streuen, 20% werden absorbiert. Das Gewicht eines Neutrons wird bei jedem Stoß mit seiner Überlebenswahrscheinlichkeit multipliziert, im obigen Fall ist daher das Gewicht nach dem Stoß $W_{i+1} = 0.8 W_i$. Die Methode der erwarteten Werte hat zwei Vorteile gegenüber der direkten Monte Carlo Methode. Erstens wird die Varianz des Ergebnisses verringert, da man ja ein Zufallsspiel durch seine analytische Verteilung ersetzt, und zweitens hat das seltenere Ereignis dieselbe Varianz wie das häufigere, da beide Ereignisse gleich oft vorkommen.

Das Gewicht des Neutrons nach dem Stoß ist allgemein:

$$W_{i+1} = P_s \cdot W_i$$

mit

$$P_s = \sum_{k=1}^M \left\{ \sum_E^k (\vec{r}, \vartheta) + \sum_I^k (\vec{r}, \vartheta) \right\} / \sum_T (\vec{r}, \vartheta)$$

Bei Spaltung wird die "Methode der partiell erzeugten Neutronen" [14] verwendet. Durch jedes spaltbare Isotop K wird das Gewicht

$$W_i^K = W_i \cdot \nu^K(\vartheta) \cdot \sum_F^K (\vec{r}, \vartheta) / \sum_T (\vec{r}, \vartheta)$$

erzeugt. Diese Gewichte werden für jedes spaltbare Isotop K getrennt aufaddiert, weil jedes Isotop ein anderes Spaltspektrum haben kann:

$$\psi_{i+1}^K = \psi_i^K + W_i^K$$

An der Stelle, wo das Gewicht $\psi_i^K = 1$ erreicht oder überschreitet, wird angenommen, daß ein Neutron durch das Isotop K erzeugt wurde. Die Parameter Ort und Zeit werden abgespeichert. Das sekundäre Neutron wird gestartet, wenn das Schicksal des pri-

mären zu Ende ist. Seine Startrichtung wird isotrop ausgewürfelt und seine Startenergie aus dem Spalt-spektrum des Isotops K gewählt.

Hat man das Gewicht W_{i+1} nach dem Stoß ausgerechnet, so wird mit Hilfe einer Zufallszahl an Hand der Wirkungsquerschnitte entschieden, an welchem Isotop K der Stoß stattfindet und ob es sich um elastische oder inelastische Streuung handelt. Ein elastischer Stoß läßt zwei Möglichkeiten zu:

- a) isotrope Streuung
- b) anisotrope Streuung.

Der Kosinus des Winkels ϑ zwischen bisheriger und neuer Flugrichtung des Neutrons im Schwerpunktsystem wird im Fall a) gleichverteilt ausgewürfelt, im Fall b) aus den Wirkungsquerschnitten gewählt. Im Laborsystem lautet dann der Streuwinkel:

$$\cos \Theta = \frac{1 + A \cos \vartheta}{\sqrt{1 + 2A \cos \vartheta + A^2}}$$

A = Atomgewicht des Streukernes. Die Kugelkoordinaten ϑ_2 und φ_2 der Flugrichtung des Neutrons nach dem Stoß sind durch folgende Gleichungen gegeben (ϑ_1 und φ_1 sind die Kugelkoordinaten der Flugrichtung des Neutrons vor dem Stoß, Θ und Φ die Koordinaten des Streuwinkels im Laborsystem) [14] :

$$\cos \vartheta_2 = \cos \vartheta_1 \cos \Theta - \sin \vartheta_1 \sin \Theta \cos \Phi$$

$$\sin \vartheta_2 = \sqrt{1 - \cos^2 \vartheta_2}$$

$$\cos \varphi_2 \sin \vartheta_2 = \cos \varphi_1 (\cos \vartheta_1 \sin \Theta \cos \Phi + \sin \vartheta_1 \cos \Theta) - \sin \varphi_1 \sin \Theta \sin \Phi$$

$$\sin \varphi_2 \sin \vartheta_2 = \sin \varphi_1 (\cos \vartheta_1 \sin \Theta \cos \Phi + \sin \vartheta_1 \cos \Theta) + \cos \varphi_1 \sin \Theta \sin \Phi$$

Ist das Atomgewicht des Streukerns $A > 50$, so wird die Streuung im Schwerpunktsystem durch Streuung im Laborsystem ersetzt. Die Energie des Neutrons nach dem Stoß lautet (ϑ = Streuwinkel im Schwerpunktsystem):

$$E_{i+1} = E_i \frac{A^2 + 2A \cos \vartheta + 1}{(A+1)^2}$$

Bei inelastischer Streuung gibt es ebenfalls zwei Möglichkeiten:

- a) angeregte Zustände
- b) Verdampfungsmodell.

Im Fall a) wird aus den Wirkungsquerschnitten der Energieverlust des Neutrons ausgewählt. Werden die angeregten Zustände zu häufig, d.h. liegen die einzelnen Niveaus zu nahe beieinander, wird die Energie des Neutrons nach dem Stoß aus der Maxwellverteilung:

$$N^K(E) dE = C^K \cdot E \cdot \exp\left\{-\frac{E}{T_K}\right\} dE$$

mit T_K = Kerntemperatur des Isotops K , C^K = Normierungskonstante und $E_{i+1} < E_i$ ausgewürfelt. Die Flugrichtung des Neutrons nach einem unelastischen Stoß wird isotrop ausgewählt.

Das Schicksal eines Neutrons kann auf drei verschiedene Arten beendet werden:

- a) Das Gewicht eines Neutrons unterschreitet eine gewisse untere Grenze (hier: $W_{\min} = 10^{-5}$). Das bedeutet nichts anderes als das Abbrechen der Neumannreihe, sobald der Betrag eines Gliedes eine gewisse Schranke unterschreitet.
- b) Die Energie eines Neutrons wird kleiner als E_{\min} . E_{\min} ist die untere Grenze der vorliegenden Wirkungsquerschnitte.
- c) Ein Neutron verläßt den Reaktor (Ausfluß).

1.4.4. Fluß und andere differentielle Größen

Alle differentiellen Größen werden in unterkritischen Systemen pro Startneutron, in kritischen Systemen pro Spaltneutron berechnet.

Zur Berechnung des Flusses Φ werden nach jedem Stoß und nach jedem Schnittpunkt einer Neutronenflugbahn mit einer Begrenzungsfläche die Gewichte der Neutronen über den in der jeweiligen Region zurückgelegten Weg und über das Volumen gemittelt:

$$\Phi(\vec{r}, \vartheta) = \frac{\sum_H \sum_C W_C^H(\vec{r}, \vartheta) \cdot X_C^H}{V \cdot \sum_H W_0^H} \quad (1,9)$$

Die Summe läuft über alle C Ereignisse (Stoß- oder Schnittpunkte) während eines Neutronenschicksals und über alle H Neutronenschicksale.

Die Absorption A wird über das bei jedem Stoß absorbierte Gewicht $W_i^{ab} = W_i - W_{i+1}$ berechnet:

$$A(\vec{r}, \vartheta) = \frac{\sum_H \sum_C W_C^{H, \alpha\beta}(\vec{r}, \vartheta)}{\sum_H W_0^H}$$

Als weitere Größen werden noch Transmission T und Strom C an den Übergangsschichten zwischen zwei Medien, über die Oberfläche der Begrenzung gemittelt, berechnet. Zur Berechnung der Transmission werden sämtliche Neutronen, die eine Übergangsschicht durchfliegen - getrennt nach hinaus- und hineinfliegenden Neutronen - gezählt:

$$T^+(r_i, \vartheta) = \frac{\sum_H \sum_C W_C^{H+}(r_i, \vartheta)}{\theta \cdot \sum_H W_0^H} \quad (1,10)$$

$$T^-(r_i, \vartheta) = \frac{\sum_H \sum_C W_C^{H-}(r_i, \vartheta)}{\theta \cdot \sum_H W_0^H}$$

Zur Berechnung des Stromes sind die einzelnen Gewichte noch mit dem Kosinus des Winkels zwischen Flugrichtung und Flächennormale zu multiplizieren:

$$C^+(r_i, \vartheta) = \frac{\sum_H \sum_C W_C^{H+}(r_i, \vartheta) \cos \varphi_c^H}{\theta \cdot \sum_H W_0^H} \quad (1,11)$$

$$C^-(r_i, \vartheta) = \frac{\sum_H \sum_C W_C^{H-}(r_i, \vartheta) \cos \varphi_c^H}{\theta \cdot \sum_H W_0^H}$$

Ist r_i der Außenrand des Reaktors, dann mißt T^+ bzw. C^+ das Ausflußspektrum.

1.4.5. Kritikalität und Lebenszeiten

Die dynamische Kritikalität ist definiert gemäß [1] als:

$$k = \frac{\text{Summe aller in allen Generationen erzeugten Neutronen}}{\text{Summe aller in allen Generationen gestarteten Neutronen}}$$

Mit der Bezeichnung von Kapitel 1.4.1. lautet diese Definition:

$$k = \frac{\sum_{i=0}^L \int N_{i+1}(\vec{r}, \vec{v}, t) dV d\vec{v} d\Omega dt}{\sum_{i=0}^L \int N_i(\vec{r}, \vec{v}, t) dV d\vec{v} d\Omega dt} \quad (1,12)$$

wobei $N_i(\vec{r}, \vec{v}, t)$ die Neutronendichte in der i-ten Generation ist, und die Summe über L Generationen erstreckt wird.

Die mittlere Generationszeit und die mittleren Lebenszeiten werden ebenfalls über alle Generationen gemittelt. Die Definition der mittleren Generationszeit lautet:

$$t_g = \frac{\sum_{i=0}^L \int N_i(\vec{r}, \vec{v}, t) \cdot \sum_{K=1}^M p_F^K(\vec{r}, \vec{v}) \cdot v^K \cdot t \cdot dV d\vec{v} d\Omega dt}{\sum_{i=0}^L \int N_i(\vec{r}, \vec{v}, t) \cdot \sum_{K=1}^M p_F^K(\vec{r}, \vec{v}) \cdot v^K \cdot dV d\vec{v} d\Omega dt} \quad (1,13)$$

Die mittlere Generationszeit ist die Zeit, die im Mittel vergeht, bis ein Neutron erzeugt wird. Die mittleren Generationszeiten der einzelnen Isotope werden im TIMOC Code aus:

$$t_g^K = \frac{\sum_H \sum_C \Psi_{C,H}^K \cdot t_{C,H}}{\sum_H \sum_C \Psi_{C,H}^K}$$

berechnet, die gesamte mittlere Generationszeit aus:

$$t_g = \frac{\sum_{K=1}^M \sum_H \sum_C \Psi_{C,H}^K \cdot t_{C,H}}{\sum_{K=1}^M \sum_H \sum_C \Psi_{C,H}^K}$$

wobei $\Psi_{C,H}^K$ für die bei den einzelnen Stößen vom Isotop K erzeugten Gewichte steht und $t_{C,H}$ für die entsprechenden Zeiten, zu denen die Stöße stattfinden. Als Startzeit der Neutronen gilt $t_0=0$.

Die mittlere Absorptionszeit ist die Zeit, die im Mittel vergeht, bis ein Neutron absorbiert ist, d.h.:

$$t_a = \frac{\sum_{i=0}^L \int N_i(\vec{r}, \vec{v}, t) \sum_{K=1}^M \{p_c^K(\vec{r}, v) + p_f^K(\vec{r}, v)\} \cdot t \cdot dV d\upsilon d\Omega dt}{\sum_{i=0}^L \int N_i(\vec{r}, \vec{v}, t) \sum_{K=1}^M \{p_c^K(\vec{r}, v) + p_f^K(\vec{r}, v)\} \cdot dV d\upsilon d\Omega dt} \quad (1,14)$$

Im TIMOC Code wird die mittlere Absorptionszeit aus:

$$t_a = \frac{\sum_H \sum_C W_c^{H,ab} \cdot t_{C,H}}{\sum_H \sum_C W_c^{H,ab}}$$

berechnet. $W_c^{H,ab}$ ist das bei jedem Stoß absorbierte Gewicht. Entsprechende Formeln werden für die mittlere Ausflußzeit:

$$t_{fe} = \frac{\sum_H W_H^{fe} \cdot t_H}{\sum_H W_H^{fe}} \quad (1,15)$$

(W_H^{fe} ist das Gewicht eines Neutrons, wenn sein Schicksal durch Ausfluß beendet wird) und für die mittlere Moderationszeit (das ist die Zeit, die im Mittel vergeht, bis ein Neutron unter die unterste Energiegrenze der Wirkungsquerschnitte kommt) angewendet:

$$t_m = \frac{\sum_H W_H^m \cdot t_H}{\sum_H W_H^m} \quad (1,16)$$

W_H^m ist das Gewicht eines Neutrons, wenn sein Schicksal durch Moderation beendet wird.

Die mittlere Lebenszeit eines Neutrons ergibt sich zu:

$$t_e = \frac{\sum_H \left\{ \sum_c W_c^{H,ab} \cdot t_{c,H} + W_H^{fe} \cdot t_H + W_H^m \cdot t_H \right\}}{\sum_H W_o^H} \quad (1,17)$$

mit $\sum_H W_o^H = \sum_H \left\{ \sum_c W_c^{H,ab} + W_H^{fe} + W_H^m \right\} .$

1.4.6. Die zeitabhängige Lösung

Die besondere Schwierigkeit, die bei der zeitabhängigen Lösung der Boltzmann-Gleichung mit der Monte Carlo Methode auftritt, ist der überaus große Speicherbedarf in der Rechenmaschine. Bei

stationären Reaktorberechnungen sind rund drei Viertel der Rechenmaschine durch Programme und Daten belegt. Aus diesem Grund ist ein anderes Verfahren angeraten. An jedem Stoßpunkt und an jedem Schnittpunkt einer Neutronenflugbahn mit einer Begrenzungsfläche werden fünf verschiedene Daten (Ort, Energie, Zeit, Gewicht und absorbiertes Gewicht bei einem Stoß und Ort, Energie, Zeit, Gewicht und der Kosinus des Winkels zwischen Flugrichtung und Flächennormale bei einem Schnittpunkt) auf ein Magnetband geschrieben. Mit einem Zusatzprogramm kann dieses Magnetband zu einem späteren Zeitpunkt analysiert werden. Mit dieser Analyse lassen sich die Transmission und der Strom als Funktion von Ort, Zeit, Energie und Winkel, sowie Absorption, Stoßdichte und Fluß als Funktion von Ort, Zeit und Energie herausfinden.

1.4.7. Das Flußdiagramm

Zum Flußdiagramm des TIMOC Codes sind einige zusätzliche Erläuterungen am Platze (siehe Flußdiagramm 1 und 2).

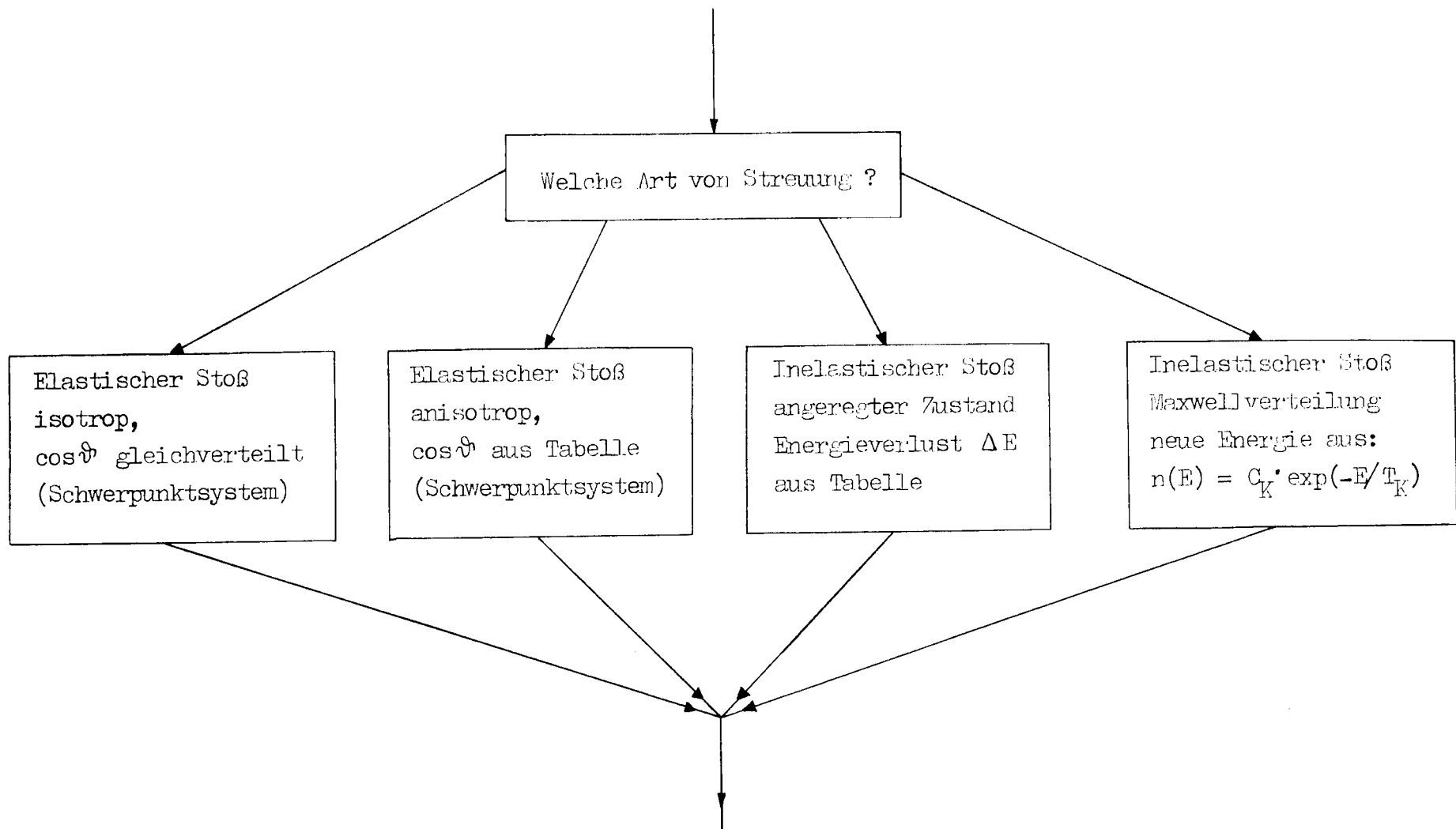
Zu 1.) Sämtliche für die Rechnung benötigten Daten wie Materialzusammensetzung, geometrische Abmessungen etc. werden eingelesen.

Zu 2.) Der Neutronenzähler wird um 1 erhöht. Bei einer gewissen Zahl (die in den Eingabedaten angegeben werden muß) bricht

dieser Zähler das Programm ab. Für ein Neutronenschicksal notwendige Parameter werden ausgewürfelt und das Startgewicht $W_0=1$ gesetzt.

- Zu 3.) Ist die Energie des Neutrons kleiner als die untere Energiegrenze der Wirkungsquerschnitte, wird das Neutronenschicksal beendet.
- Zu 4.) Die freie Weglänge und die Flugrichtung des Neutrons werden bestimmt.
- Zu 5.) Aus den Wirkungsquerschnitten wird der der Region und der Energie entsprechende totale makroskopische Wirkungsquerschnitt entnommen. Die Flugstrecke, die das Neutron in dieser Region zurücklegt, ist entweder der Quotient freie Weglänge zu totalem Wirkungsquerschnitt oder der Abstand zum nächsten Schnittpunkt, je nachdem, welcher von beiden kürzer ist.
- Zu 6.) und 7.) In Geometrieteil wird festgestellt, ob das nächste Ereignis ein Stoß oder ein Überschreiten der Regionsgrenzen ist: der Stoß- oder Schnittpunkt wird ausgerechnet.
- Zu 8.) Liegt ein Schnittpunkt vor, werden die für die zeitabhängige Lösung benötigten Daten auf ein Magnetband geschrieben. Falls Ausfluß vorliegt, springt das Programm zu Punkt 16.

- Zu 9.) Liegt ein Stoß vor, werden das Gewicht nach dem Stoß, das absorbierte und das erzeugte Gewicht berechnet.
- Zu 10.) Die für die zeitabhängige Lösung benötigten Parameter werden auf einem Magnetband gespeichert.
- Zu 11.) und 12.) Wurde im Laufe der Rechnung von einem Isotop ein ganzes Neutron erzeugt, werden die augenblicklichen Daten (Ort und Zeit) abgespeichert. Mit diesen Koordinaten wird das erzeugte (sekundäre) Neutron zu einem späteren Zeitpunkt in Punkt 19 gestartet.
- Zu 13.) Unterschreitet das Gewicht eines Neutrons eine untere Schranke ($= 10^{-5}$), wird sein Schicksal beendet.
- Zu 14.) Siehe Flußdiagramm 2.
- Zu 15.) Siehe Punkt 3.
- Zu 16.) Gewisse Daten, wie der Multiplikationsfaktor können nur am Ende eines Neutronenschicksals berechnet werden.
- Zu 17.) Wurden im Laufe der Rechnung sekundäre Neutronen erzeugt, wird eines davon gestartet, sonst springt das Programm zu Punkt 2.
- Zu 18.) Der Neutronenzähler für die sekundären Neutronen wird um 1 erhöht. Siehe Punkt 2.
- Zu 19.) Die Energie des sekundären Neutrons wird aus dem Spaltspektrum gewählt, Startort und Startzeit aus den gespeicherten Werten entnommen.
- Zu 20.) Sämtliche Ergebnisse werden ausgedruckt.



Flußdiagramm 2

Die Behandlung der verschiedenen Kernprozesse

1.4.3. Die Wirkungsquerschnitte

Die im TIMOC Code verwendeten Wirkungsquerschnitte wurden verschiedenen Quellen entnommen [15-19]. Ungefähr 30 kritische Reaktoren wurden zu Testzwecken berechnet und die Ergebnisse mit Experimenten [17] und S_n -Rechnungen [20] verglichen. Als günstigste Wirkungsquerschnitte erwiesen sich dabei eine Kombination der 16-Gruppenquerschnitte von YOM [15] und unterhalb 500 keV der 13-Gruppenquerschnitte von LASL [19]. Oberhalb 2 MeV wurde eine verfeinerte Gruppenstruktur verwendet, so daß sich insgesamt 35 Gruppen ergaben (Tabelle 1).

Die Verteilungskurven für die elastische anisotrope Streuung sind aus [17] entnommen, die angeregten Energieniveaus aus [15] und [17].

Die Querschnitte in den einzelnen Gruppen sind gemittelte Querschnitte. Die Querschnittskurven wurden dabei über die jeweiligen Energiegruppen integriert und durch die Breite des Energieintervalls dividiert.

Tabelle 1
Energiegruppen der Wirkungsquerschnitte des TIMOC Codes

Gruppen Nummer	Energie		Ein- heiten	ΔE	$\bar{E} =$ $\frac{1}{2}(E_i + E_{i+1})$
	von	bis			
1	0.1	0.4	eV	0.3	0.25
2	0.4	1.0		0.6	0.7
3	1.0	3.0		2.0	2.0
4	3.0	10.0		7.0	6.5
5	10.0	30.0		20.0	20.0
6	30.0	100.0		70.0	65.0
7	0.1	0.5	keV	0.4	0.3
8	0.5	2.1		1.6	1.3
9	2.1	5.5		3.4	3.8
10	5.5	9.1		3.6	7.3
11	9.1	15.0		5.9	12.05
12	15.0	25.0		10.0	20.0
13	25.0	40.7		15.7	32.85
14	40.7	67.0		26.3	53.85
15	67.0	110.0		43.0	38.5
16	0.11	0.18	MeV	0.07	0.145
17	0.18	0.3		0.12	0.24
18	0.3	0.5		0.2	0.4
19	0.5	0.825		0.325	0.6625
20	0.825	1.35		0.525	1.0875
21	1.35	1.5		0.15	1.425
22	1.5	1.83		0.33	1.665
23	1.83	2.23		0.4	2.03
24	2.23	2.72		0.49	2.475
25	2.72	3.33		0.61	3.025
26	3.33	3.68		0.35	3.505
27	3.68	4.06		0.38	3.87
28	4.06	4.5		0.44	4.28
29	4.5	4.97		0.47	4.735
30	4.97	5.5		0.53	5.235
31	5.5	6.08		0.58	5.79
32	6.08	7.8		1.72	6.94
33	7.8	10.0		2.2	8.9

TEIL II

NUMERISCHE RESULTATE

2.1. Stationäre Reaktorberechnungen

2.1.1. Schnelle Flußspektren

Die Diskussion der in dieser Arbeit zusammengefaßten numerischen Ergebnisse beginnt mit einer Analyse von Flußberechnungen von stationären, schnellen Anordnungen. Zu diesen Anordnungen liegen auch S_n -Rechnungen vor [20]. Aus dem Vergleich der Resultate ergibt sich, daß sowohl die Monte Carlo- wie auch die S_n -Methode bei schnellen Anordnungen befriedigende Ergebnisse zu liefern instande sind.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden die Flußspektren der vier kritischen Experimente GODIVA, JEZEBEL, TOPSY und ZPR-III-6F [17] berechnet. Im folgenden werden diese Experimente und die Anordnungen selbst mit GODIVA, JEZEBEL, TOPSY, bzw. ZPR-III-6F bezeichnet.

GODIVA ist eine hochangereicherte, unreflektierte Urankugel, bestehend aus 93% U235 und 7% U238; ihr Radius beträgt $R = 8.714$ cm.

JEZEBEL ist das Plutoniumäquivalent zu GODIVA. Die Anordnung ist verdünnt, ihr Radius beträgt $R = 6.31$ cm. JEZEBEL besteht aus:

Pu 239	74.3	Volumsprozent
Pu 240	3.9	"
leer	21.8	"

TOPSY ist eine hochangereicherte, reflektierte Urankugel. Das Core von TOPSY - $R = 6.05$ cm - besteht aus dem gleichen Material wie GODIVA. Der Reflektor ist natürliches Uran - 0.7% U235 und 99.3% U238 - von 20.3 cm Dicke.

EPR-III-6F ist eine verdünnte, reflektierte Urankugel. Das Core - $R = 22.8$ cm - besteht aus

U235	14.0	Volumsprozent
U238	16.0	"
Fe	12.2	"
Al	31.4	"
leer	26.4	"

Der Reflektor (35 cm Dicke) besteht aus:

U235	0.6	Volumsprozent
U238	83.2	"
Fe	7.3	"
Al	2.3	"
leer	6.6	"

Die in den Bildern 1-4 gezeigten Flußspektren zeigen die über das Core, bzw. den Reflektor gemittelten Flüsse (gemäß Gl. (1,9) berechnet) pro MeV, bezogen auf ein Spaltneutron. Die Spektren sind im doppellogarithmischen Maßstab aufgetragen. Die S_n -Methode benützt zur Berechnung des Flusses das analytische Äquivalent zu Gl. (1,9); daher können die Ergebnisse dieser zwei Methoden direkt verglichen werden. Der durch den EIMOC Code berechnete Fluß wird im folgenden kurz Monte-Carlo-Fluß, der durch die S_n -Methode ermittelte Fluß kurz S_n -Fluß genannt.

Die Monte-Carlo-Methode kann bei Kernprozessen auch die Anisotropie der Streuung berücksichtigen. Die S_n -Methode dagegen basiert auf der Annahme isotroper Streuung. Da aber gerade die in den hier behandelten Anordnungen verwendeten Materialien teilweise starke anisotrope Streuung aufweisen, muß die sogenannte Transportkorrektur der Wirkungsquerschnitte eingeführt werden. Der Streuquerschnitt Σ_s wird dabei durch $\Sigma_s (1 - \bar{\mu})$ ersetzt; $\bar{\mu}$ ist der Mittelwert des Kosinus des Streuwinkels ϑ (siehe Kapitel 1.4.3.). Bei allen in den vier Anordnungen verwendeten Materialien liegt Vorwärtsstreuung vor; der elastische Streuquerschnitt wird entsprechend der Anisotropie der Streuung verringert und dadurch die Fluglängen der einzelnen Neutronen verlängert. Es ist daher zu erwarten, daß der S_n -Fluß in dem Energiebereich, in dem anisotrope Streuung vorliegt, einen höheren Wert hat als der entsprechende Monte-Carlo-Fluß.

Weiter verwendet die S_n -Methode die sogenannte Streumatrix, während bei der Monte Carlo Methode die Energie als diskreter Parameter auftritt. Die Streumatrix gibt für jede Energiegruppe an, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, daß ein Neutron bei einem Stoß 0, 1, 2, oder mehr Energiegruppen nach tieferen Energien springt. In jeder Energiegruppe besteht eine geringe Wahrscheinlichkeit, mehrere Gruppen auf einmal zu überspringen. Dadurch ist bei Verwendung der Streumatrix für einzelne Neutronen die Möglichkeit gegeben, durch sehr wenige Stöße in einem Energiebereich von z.B. 1-10 keV gestreut

zu werden. Bei der direkten Behandlung der Streuprozesse sind dazu viel mehr Stöße erforderlich. Da der Einfluß der Transportkorrektur auf das Flußspektrum aber viel größer ist als der Einfluß der Streumatrizen, ist zu erwarten, daß lediglich in Energiebereichen, wo keine anisotrope Streuung vorliegt, der S_n -Fluß geringfügig höher ist als der Monte-Carlo-Fluß.

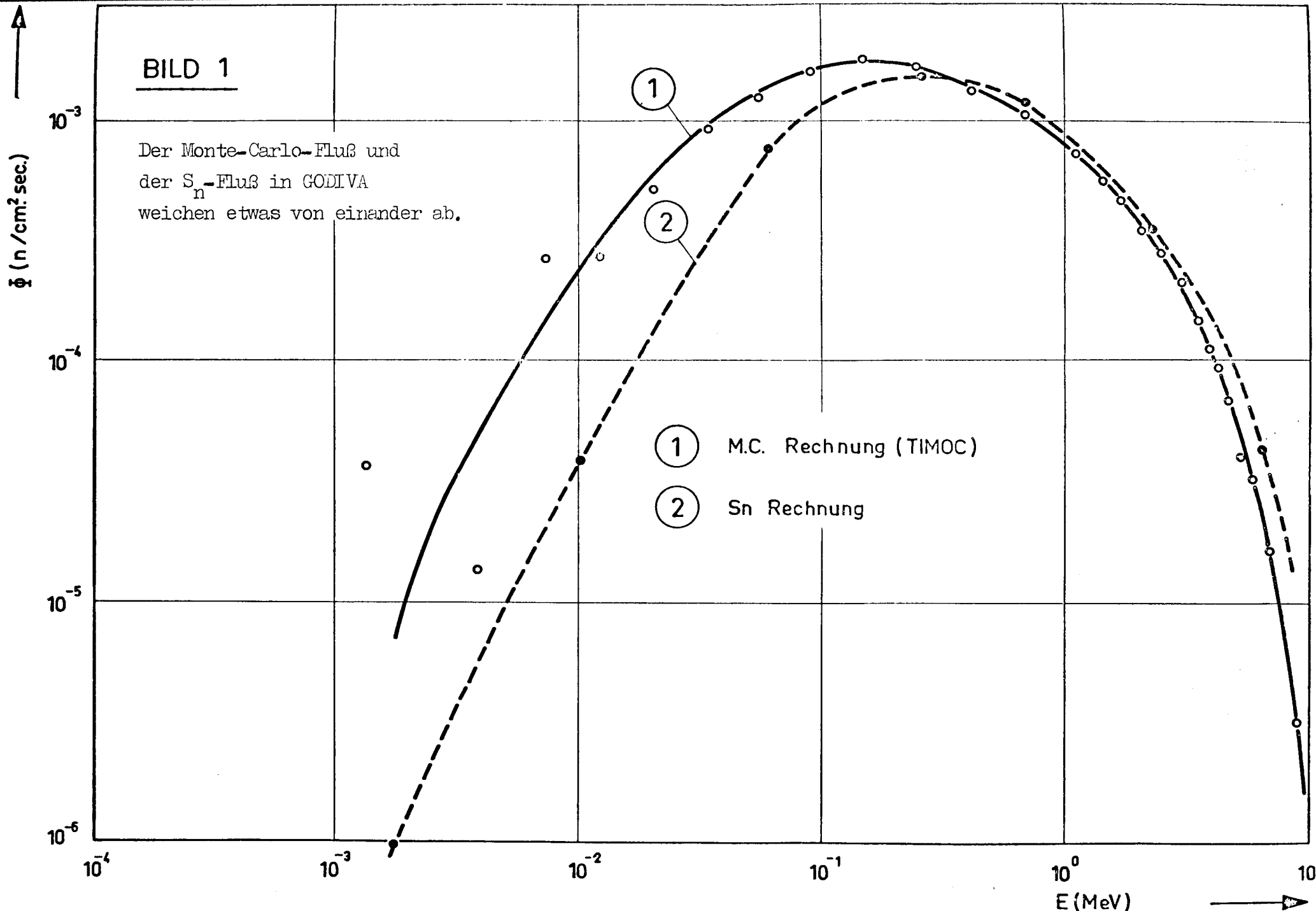
Bild 1 zeigt die Flußspektren von GODIVA. In einem Energiebereich $E > 0.5$ MeV ist der Monte-Carlo-Fluß niedriger als der S_n -Fluß, für Energien $E < 0.5$ MeV ist es umgekehrt. Ein ähnlicher - noch kleinerer - Unterschied zeigt sich bei JEZEBEL (Bild 2). Für Energien $E > 5$ MeV ist der S_n -Fluß höher als der Monte-Carlo-Fluß, für Energien $E < 60$ keV liegt der Monte-Carlo-Fluß höher. Integriert man die Flußspektren über die Energie, so zeigt sich, daß die Abweichungen zwischen den Ergebnissen beider Methoden äußerst gering ist: das S_n -Integral ist in den beiden betrachteten Fällen um ca. 0.5% größer als das entsprechende Monte-Carlo-Integral.

Uran weist für Energien $E > 100$ keV starke und Plutonium für Energien $E > 400$ keV etwas schwächere anisotrope Streuung auf. Wegen der größeren Anisotropie einerseits und der geringeren Ausflußrate andererseits (55% bei GODIVA gegen 64% bei JEZEBEL), ist die Abweichung zwischen Monte-Carlo-Fluß und S_n -Fluß bei GODIVA mehr ausgeprägt als bei JEZEBEL.

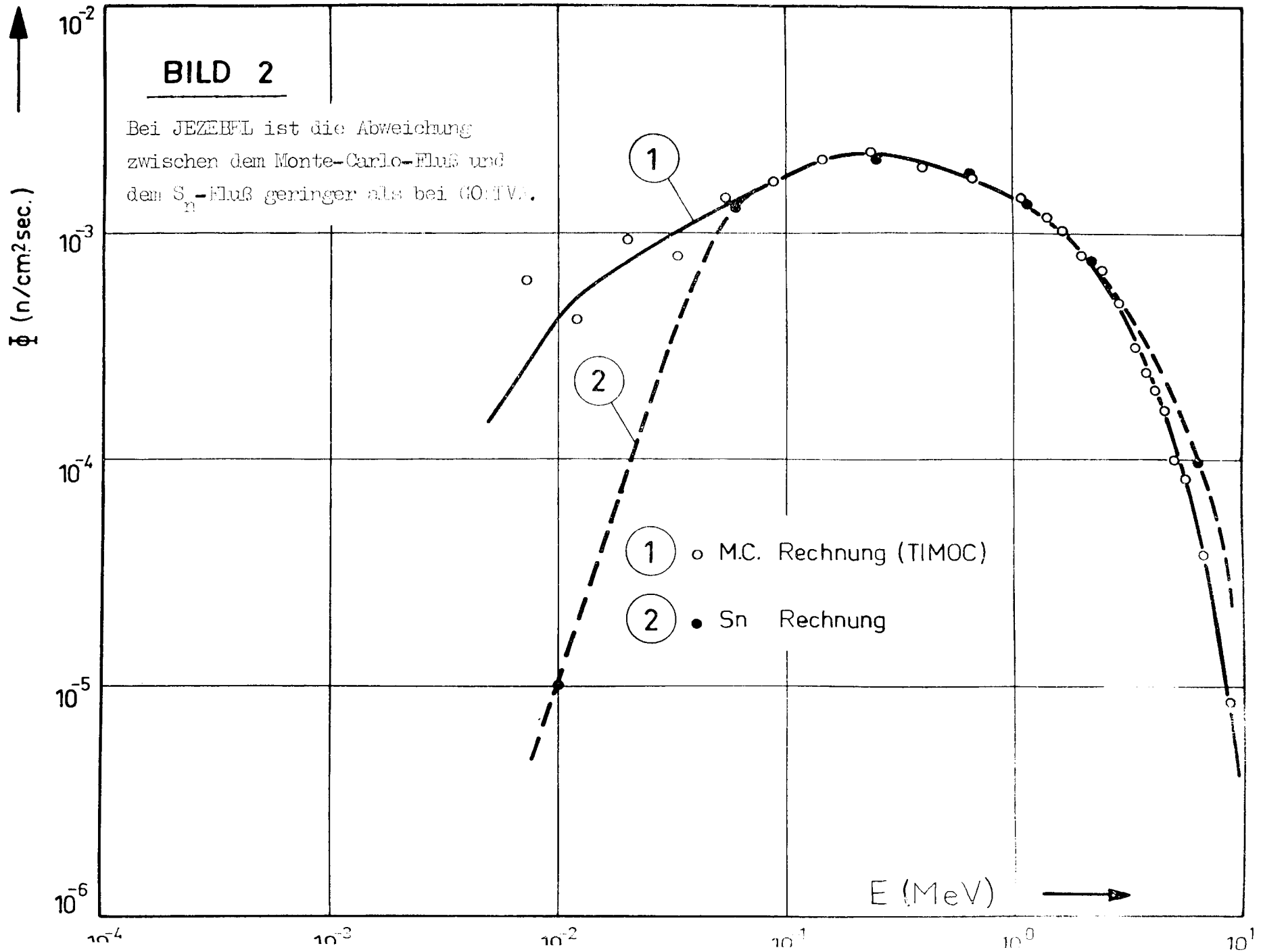
Für Energien $E > 100$ keV liegen die statistischen Schwankungen bei den gerade behandelten Monte Carlo Rechnungen innerhalb der Zeichengenauigkeit. Für

BILD 1

Der Monte-Carlo-Fluß und
der S_n -Fluß in GODIVA
weichen etwas von einander ab.



- ① M.C. Rechnung (TIMOC)
- ② S_n Rechnung

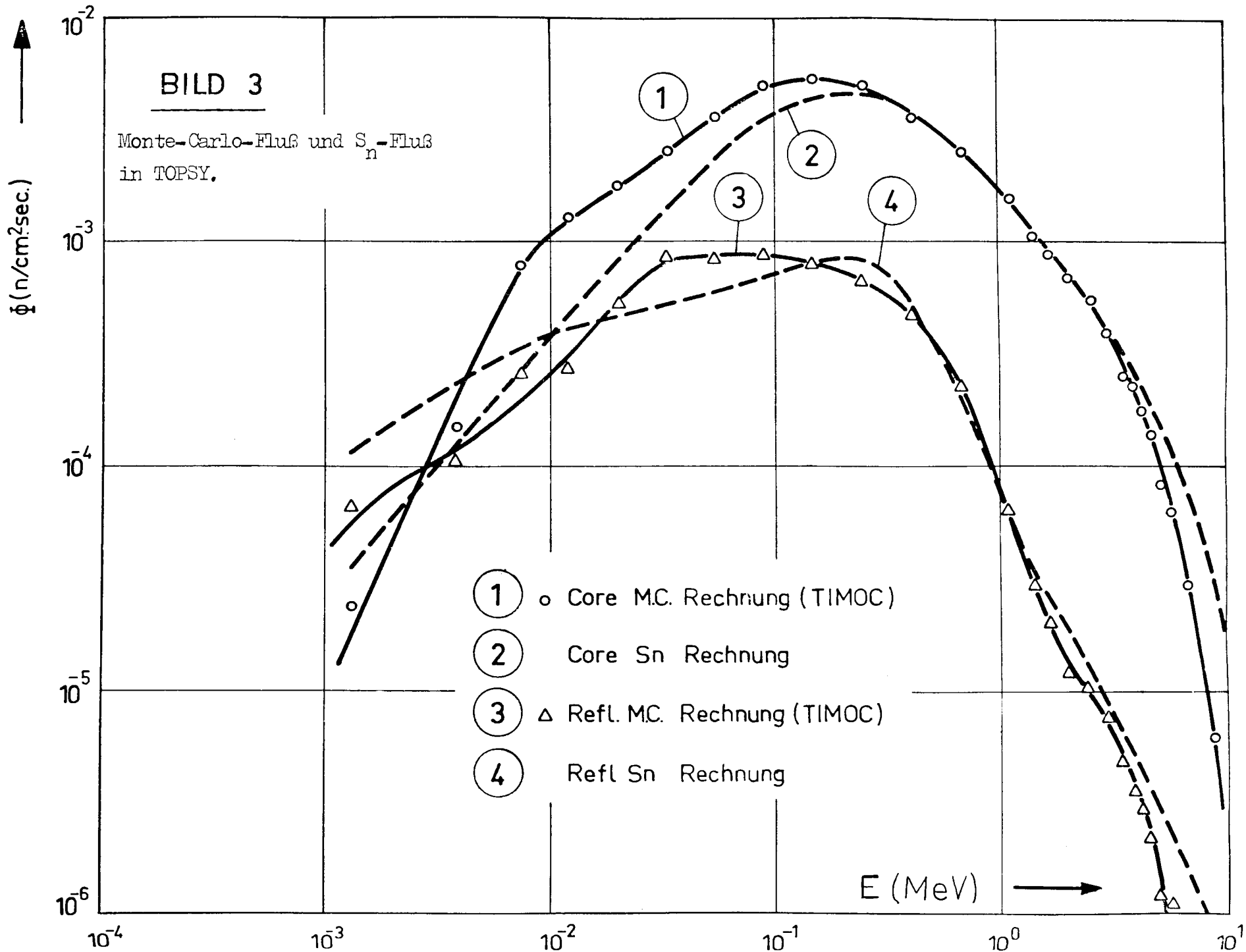


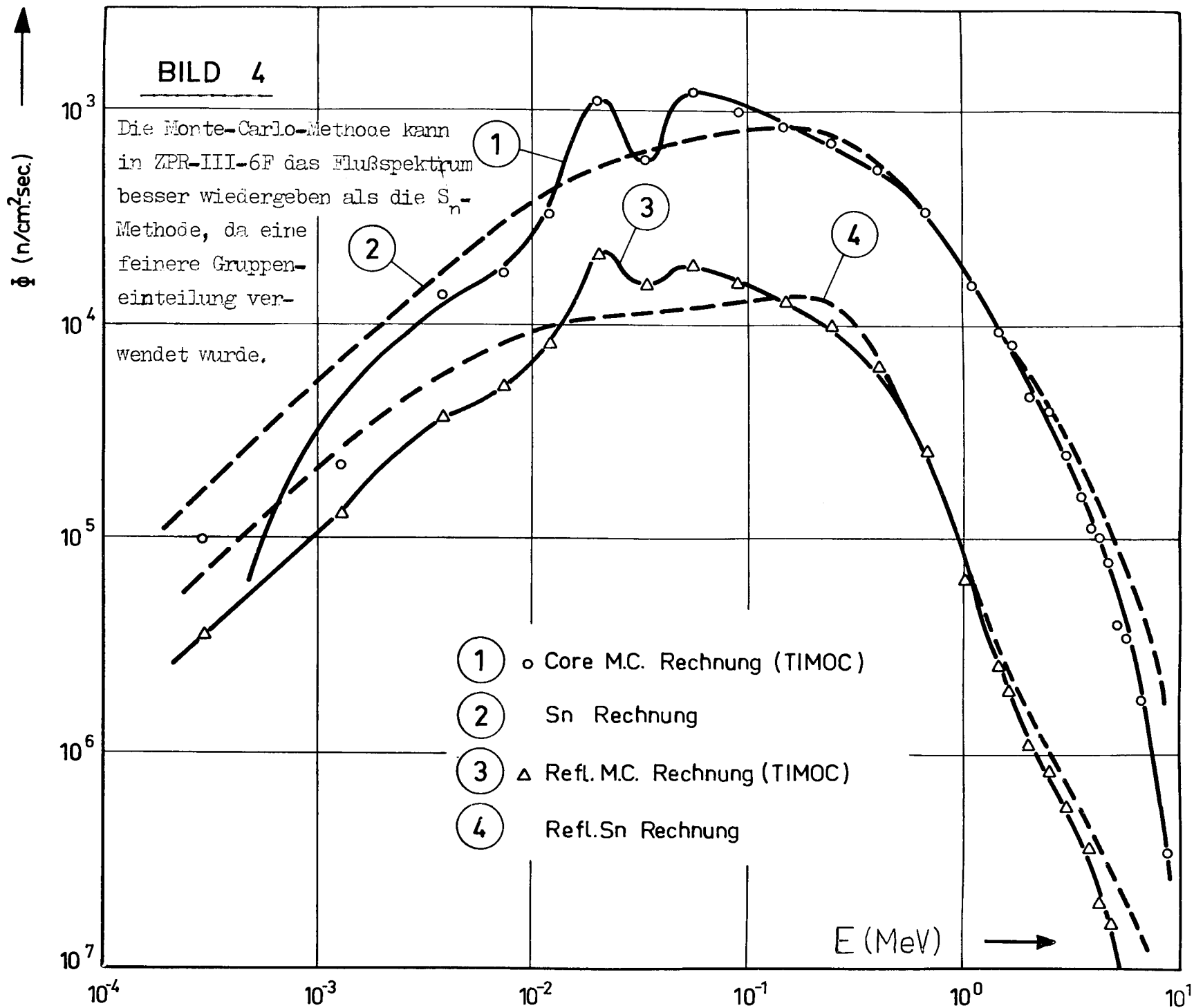
Energien $E < 100$ keV können die Schwankungen bis zu 20% betragen, da nur mehr sehr wenige Neutronen in diesen Energiebereich fallen.

Bild 3 zeigt die Flußspektren von TOPSY, getrennt für Core und Reflektor. Auch hier ist der S_n -Fluß in den höheren Energieregionen ($E > 2$ bis 3 MeV) höher als der Monte-Carlo-Fluß. Dasselbe gilt für ZPR-III-6F (Bild 4). Durch den Reflektor bedingt, ist das Energiespektrum gegenüber den unreflektierten Anordnungen nach tieferen Energien verschoben. In einem Energiebereich $E < 10$ keV übersteigt der S_n -Fluß den der Monte Carlo Rechnung. Der Grund dafür dürfte, wie schon erwähnt, darin liegen, daß die S_n -Methode die Streumatrizen verwendet.

Im Integral über die Flußspektren zeigt sich der Einfluß der Transportkorrektur. Bei TOPSY ist das Integral über den S_n -Fluß im Core um ca. 1% niedriger, im Reflektor um ca. 4% höher als das Integral über den Monte Carlo Fluß. Noch größer ist der Unterschied bei ZPR-III-6F, hier ist das Integral über den S_n -Fluß im Core um ca. 2% kleiner, im Reflektor um ca. 3% größer als der entsprechende Monte Carlo Wert. Daraus läßt sich der Schluß ziehen, daß die Transportkorrektur für kleine, unreflektierte Anordnungen gut geeignet ist, während bei zunehmender Reflektordicke starke Abweichungen auftreten können.

Bei TOPSY ist der Fluß im Core, für Energien $E < 3$ keV, kleiner als im Reflektor, weil im Core, das ja fast ausschließlich aus U235 besteht, unterhalb dieser Energie der Spaltquerschnitt (und damit der Absorptionsquerschnitt) mit abnehmender Energie immer größer wird, während der Spaltquerschnitt im Reflektor fast Null ist.





In einem Energiebereich $30 < E < 40$ keV zeigen sich bei ZPR-III-6F sowohl im Core als auch im Reflektor Flußabsenkungen, weil Aluminium und Eisen in diesem Energiebereich Streuresonanzen aufweisen. Bei den S_n -Rechnungen treten diese Flußabsenkungen nicht mehr auf, da dort 13-Gruppenquerschnitte verwendet wurden und im Energiebereich $30 < E < 40$ keV die Gruppeneinteilung wesentlich gröber ist als bei Querschnitten, die bei den Monte Carlo Rechnungen benutzt wurden.

2.1.2. Schnelle Ausflußspektren

In diesem Abschnitt werden die Ausflußspektren von GODIVA und JEZEBEL besprochen. Diese Ausflußspektren wurden gemessen [21]; sie eignen sich daher vorzüglich zur Überprüfung der Rechenergebnisse.

Die Bilder 5 und 6 zeigen die Transmission T^+ (gemäß Gl. (1,10) am Außenrand der Anordnung berechnet) pro MeV als Funktion der Energie, bezogen auf ein Spaltneutron. Die Ausflußspektren sind wie die Flußspektren in doppellogarithmischem Maßstab aufgetragen.

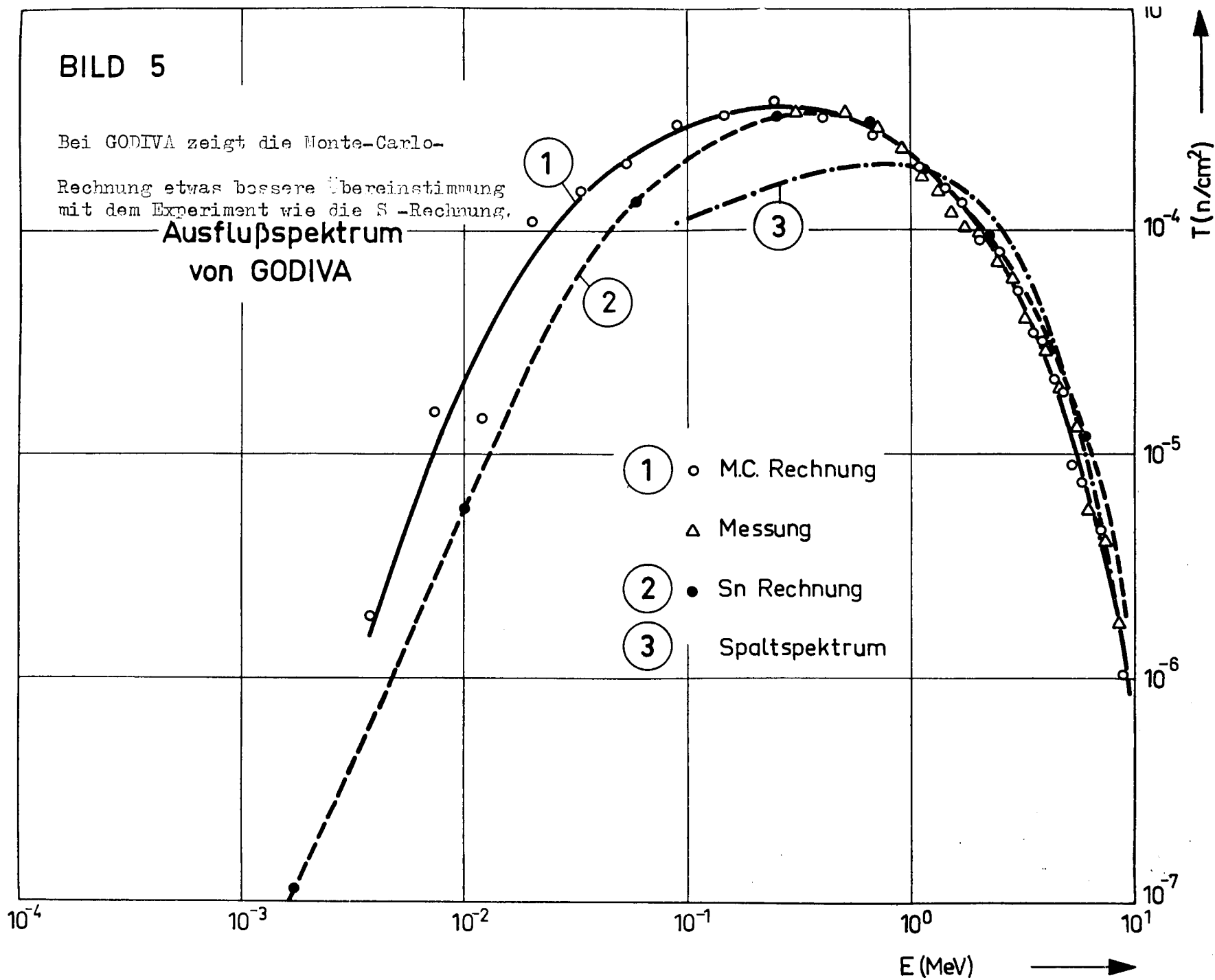
Die Messung wurde in einem Energiebereich $0.3 \leq E \leq 9$ MeV durchgeführt. Um die Meßergebnisse mit den Rechenergebnissen vergleichen zu können, wurden die Meßergebnisse so normiert, daß das Integral über die Meßkurve und das Integral über den Monte-Carlo-Ausfluß im Meßbereich denselben Wert ergaben.

Sowohl bei GODIVA (Bild 5) als auch bei JEZEBEL (Bild 6) sind Monte-Carlo-Ausfluß und gemessener Ausfluß praktisch, d.h. im Rahmen der Meß- und Rechen-

BILD 5

Bei GODIVA zeigt die Monte-Carlo-Rechnung etwas bessere Übereinstimmung mit dem Experiment wie die S-Rechnung.

Ausflußspektrum von GODIVA

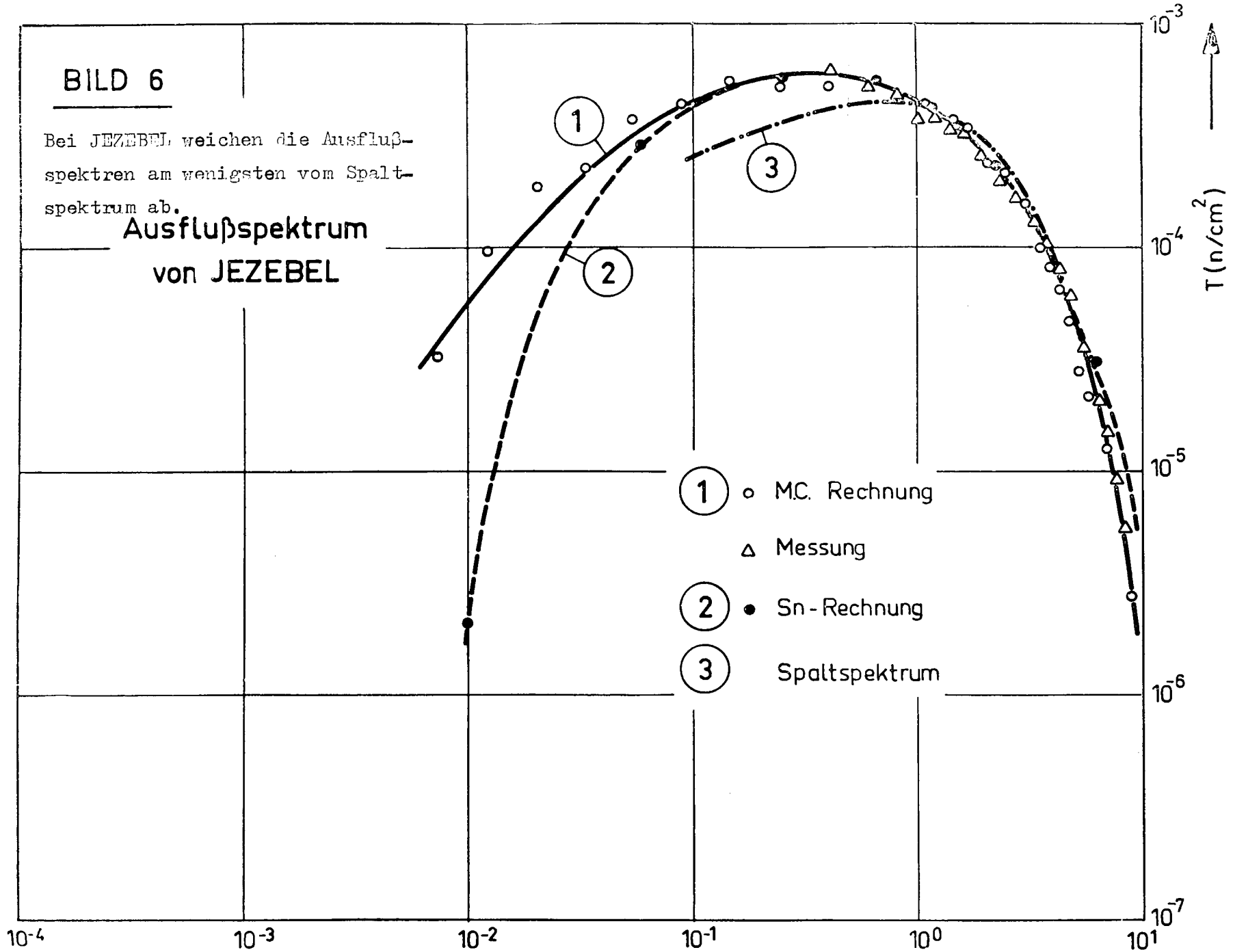


- ① ○ M.C. Rechnung
- △ Messung
- ② ● Sn Rechnung
- ③ Spaltspektrum

BILD 6

Bei JEZEBEL weichen die Ausflußspektren am wenigsten vom Spaltspektrum ab.

Ausflußspektrum von JEZEBEL



genauigkeit, identisch. Die Resultate der S_n -Rechnungen weichen, mit derselben Tendenz wie bei den Flußkurven, geringfügig davon ab. Auch gibt das Integral über den S_n -Ausfluß jeweils einen um ca. 2% höheren Wert als das Integral über dem Monte-Carlo-Ausfluß.

Gegenüber den Flußspektren sind die Ausflußspektren etwas nach höheren Energien hin verschoben; die Wahrscheinlichkeit, daß ein Neutron in tiefere Energiebereiche gestreut wird, ist ja am Rand der Kugeln kleiner als im Inneren.

Für schnelle, unreflektierte Anordnungen ist typisch, daß sich sowohl Fluß- als auch Ausflußspektrum nicht sehr viel vom Spaltspektrum unterscheiden. Bei GODIVA ist wegen der geringeren Ausflußrate (55%) der Unterschied noch stärker als bei JEZEBEL (64% Ausflußrate). Bei GODIVA machen die Neutronen im Laufe ihres Aufenthaltes im Reaktor im Durchschnitt rund 2.1 Stöße, bei JEZEBEL rund 1.2 Stöße. Eine starke Änderung des Energiespektrums infolge Energieverlust der Neutronen bei Stößen ist daher kaum zu erwarten.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die Monte Carlo Ergebnisse äußerst gut mit den experimentellen Daten übereinstimmen. Die Ergebnisse der S_n -Rechnungen aber weichen geringfügig von den Meßergebnissen ab. Diese Diskrepanzen lassen sich auf die verschiedene Behandlung der Kernprozesse durch die zwei Methoden zurückführen.

2.1.3. Multiplikationsfaktoren

Eine der wichtigsten Reaktorkenngrößen ist der Multiplikationsfaktor (Kritikalität), der im TIMOC Code nach Gl. (1,12) berechnet wird. In Tabelle 2 sind die Multiplikationsfaktoren der vier in den vorigen Kapiteln behandelten kritischen Anordnungen zu finden. Die größte Abweichung zwischen Monte Carlo Rechnungen und Meßergebnissen ist 1.7%. Der statistische Fehler liegt bei diesen Berechnungen in der Größenordnung von 0.5%. Die S_n -Methode zeigt eine etwas bessere Übereinstimmung mit den experimentell gemessenen Werten.

Fernerhin wurden mit TIMOC rund 30 verschiedene kritische Anordnungen wie Nickel-, Wolfram- und Berylliumreflektierte, hochangereicherte Urankugeln und natururanreflektierte, hochangereicherte Uranzylinder berechnet. Die berechneten Multiplikationsfaktoren wiesen gegenüber den experimentellen Daten eine durchschnittliche Abweichung von 0.5% und eine maximale Abweichung von 2% auf.

2.1.4. Lebenszeiten

Von großer praktischer Bedeutung ist der Begriff des sogenannten "Fundamentalmodes". Die Lösung der Boltzmann-Gleichung kann bekanntlich immer in der folgenden Form geschrieben werden [22] :

$$\Phi(\vec{r}, \vec{v}, t) = \sum_{\lambda} \psi(\vec{r}, \vec{v}, \lambda) e^{-\lambda t} \quad (2,1)$$

\sum_{λ} ist ein summativer Operator, d.h. im Fall diskreter λ ein Summenzeichen, im Fall kontinuierlicher λ ein Integral. λ nennt man die Eigenwerte der Boltzmann-Gleichung. Die den diskreten Eigenwerten λ entsprechenden Funktionen $\psi(\vec{r}, \vec{v}, \lambda)$ heißen "diskrete Modes", die den kontinuierlichen Eigenwerten λ entsprechenden Funktionen $\psi(\vec{r}, \vec{v}, \lambda)$ "kontinuierliche Modes" der Boltzmann-Gleichung. Physikalische Bedeutung hat aber lediglich der zum kleinsten diskreten Eigenwert λ_0 gehörige Mode, der sogenannte Fundamentalmode. Im $\lim t \rightarrow \infty$ kann nämlich die Lösung (2,1) der Boltzmann-Gleichung übergehen in:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Phi(\vec{r}, \vec{v}, t) = \psi_0(\vec{r}, \vec{v}) e^{-\lambda_0 t} \quad (2,2)$$

Man sagt, daß sich der Fundamentalmode eingestellt hat, wenn für alle $t \geq t_0$ gilt:

$$\frac{d\Phi(\vec{r}, \vec{v}, t)}{dt} = -\lambda_0 \Phi(\vec{r}, \vec{v}, t). \quad (2,3)$$

Dann und nur dann läßt sich in $\Phi(\vec{r}, \vec{v}, t)$ die Zeit von den übrigen Variablen abspalten.

Auf dem Begriff des Fundamentalmodes basiert das häufig verwendete Rossi- α -Experiment [23]. Wenn sich bei einer fastkritischen Anordnung der exponentielle Abfall, d.h. der Fundamentalmode eingestellt hat, wird die Abklingkonstante $\alpha (= \lambda_0)$ gemessen. Aus dieser und dem als bekannt vorausgesetzten Multiplikationsfaktor k kann dann die sogenannte Generationszeit bestimmt werden.

Tabelle 2

Multiplikationsfaktoren und Lebenszeiten von GODIVA, JEZEBEL, TOPSY und ZPR-III-6F

Anordnung	Art der Werte	Radius (cm)	Reflektor Dicke (cm)	k	t_g (10^{-8} sec)	t_e (10^{-8} sec)	Ausfluß %
GODIVA	TIMOC	8.714	0	1.017	0.582	0.624	55.3
	S_n	8.714	0	1.005	0.59	0.59	56.5
	Messung	8.714	0	1.000	0.60		
JEZEBEL	TIMOC	6.31	Q	0.990	0.303	0.371	64.5
	S_n	6.31	0	0.992	0.36	0.38	65.6
	Messung	6.31	0	1.000	0.30		
TOPSY	TIMOC	6.05	20.3	1.005	1.89	6.32	23.7
	S_n	6.05	20.3	1.005	1.34	6.2	25.5
	Messung	6.05	20.3	1.000	1.90		
ZPR-III- -6F	TIMOC	22.8	35.0	1.012	7.04	14.2	5.4
	S_n	22.8	35.0	1.008	5.8	13.9	7.1
	Messung	22.8	35.0	1.000	7.4		

Die Generationszeit t_g wird, gemäß Gl. (1,13), definiert als die mittlere Zeit, die vergeht, bis ein Neutron erzeugt ist. Sie soll im folgenden mit "Neutronengenerationszeit" oder "Generationszeit eines Neutrons" bezeichnet werden. Der mittlere zeitliche Abstand Λ zwischen zwei Neutronengenerationen - er wird im folgenden mit "Generationszeit" bezeichnet - ist durch den Quotienten

$$\Lambda = \frac{\sum_i (\text{Produktion in der } i\text{-ten Generation}) \cdot \text{Zeit}}{\sum_i (\text{Absorption} + \text{Ausfluß} + \text{Moderation}) \text{ in der } i\text{-ten Generation}}$$

definiert. Über Gl. (1,12) und Gl. (1,13) wird dann:

$$\Lambda = k \cdot t_g \quad (2,4)$$

Unter der Annahme, daß sich die Anzahl der Neutronen N_i in der Zeit Λ um den Faktor k ändert, hat man nach Λ sec. N_{i+1} Neutronen [1], d.h.

$$N_{i+1} = k N_i$$

und nach $j \cdot \Lambda$ sec.:

$$N_{i+j} = k^j N_i \quad (2,5)$$

N_i repräsentiert dabei die Anzahl der Neutronen in der i -ten Generation. Nach j Generationen ist die Zeit $t = j \cdot \Lambda$ verstrichen; ersetzt man in Gl. (2,5) j durch $\frac{t}{\Lambda}$, so folgt:

$$N(t) = N_i \cdot k^{\frac{t}{\Lambda}}$$

Für eine fastkritische Anordnung, $1-k \ll 1$, ist

$$N(t) = N_i e^{-\frac{1-k}{\Lambda} t} = N_i e^{-\alpha t} \quad (2,6)$$

Kennt man k , so kann also aus dem Rossi- α -Verfahren die Generationszeit Λ berechnet werden. Gl. (2,6) ist die einfachste Form der sogenannten Kinetikgleichung [6].

Wenn Bedingung (2,3) erfüllt ist, kann man aus der Kenntnis von k und Λ auf das zeitliche Verhalten der gesamten Neutronenpopulation in einem Reaktor schließen. Λ spielt daher, ebenso wie k , eine fundamentale Rolle in der Reaktorkinetik.

Zur Bestimmung des Multiplikationsfaktors k wird bei Rossi- α -Experimenten die prompte Abklingkonstante des Flusses bei einem verzögert kritischen, daher prompt unterkritischen Reaktor, gemessen. Da man den Unterschied β zwischen prompter und verzögerter Kritikalität kennt ($\beta = 0.007$ bei Uran und $\beta = 0.002$ bei Plutonium [1]), läßt sich die Generationszeit, manchmal auch "prompte Generationszeit" genannt, ausrechnen.

Die Bestimmung der Generationszeit unterliegt also zwei Bedingungen: es muß die Separationsbedingung (2,2) erfüllt, und es muß der k -Wert bekannt sein.

Nach Tabelle 2 stimmen bei den vier kritischen Anordnungen die mit dem TIMOC Code berechneten Werte der Generationszeit mit den Meßergebnissen [17] gut überein. Die Abweichung ist in allen Fällen kleiner als 5%, der statistische Fehler der Rechnung ist rund 1.5%.

Die Ergebnisse der S_n -Rechnung weichen dagegen teilweise beträchtlich von den Meßergebnissen ab.

Während bei GODIVA die Übereinstimmung zwischen S_n -Rechnung und Experiment sogar besser ist als die Übereinstimmung zwischen Monte Carlo Rechnung und Experiment, zeigt die S_n -Rechnung bei JEZEBEL einen um 20% höheren, bei ZPR-III-6F einen um 22% niedrigeren und bei TOPSY einen um 30% niedrigeren Wert als das Experiment. Diese Abweichungen haben schon zu vielen Diskussionen Anlaß gegeben. DAVEY [5] hat bei einer Analyse von 23 verschiedenen ZPR-III-Reaktoren gefunden, daß die mit der S_n -Methode berechneten Generationszeiten durchschnittlich 25% unter den experimentellen Werten liegen, konnte aber keine Erklärung dafür geben. Diese Erklärung soll im folgenden versucht werden. Die Boltzmann-Gleichung kann symbolisch in der folgenden Form geschrieben werden:

$$B\bar{\Phi} - S = 0,$$

mit B = Boltzmannoperator, $\bar{\Phi}$ = Fluß und S = Quelle. Multipliziert man diese Gleichung mit einer Gewichtsfunktion W und integriert über den Phasenraum, so folgt:

$$\int W (B\bar{\Phi} - S) dV d\mathbf{v} d\Omega = 0 \quad (2,7)$$

Die S_n -Methode benutzt als Gewicht $\bar{\Phi}^+$ [5], [6], den adjungierten Fluß. Die Variationsrechnung führt auf einen Satz von Kinetikgleichungen mit konstanten Koeffizienten [24]. Die erste Näherung $n=0$ entspricht dem üblichen Separationsansatz, d.h. der Fluß $\bar{\Phi}$ läßt sich in folgender Form darstellen:

$$\begin{aligned}\Phi(\vec{r}, \vec{v}, t) &= \psi(\vec{r}, \vec{v}) \cdot e^{-\lambda t} \\ \Phi^+(\vec{r}, \vec{v}, t) &= \psi^+(\vec{r}, \vec{v}) \cdot e^{+\lambda t}\end{aligned}\quad (2,8)$$

Daraus wird dann die Formel für die Generationszeit abgeleitet [5], [6]:

$$\Lambda^+ = \frac{\int \frac{1}{v} \psi^+(\vec{r}, \vec{v}) \psi(\vec{r}, \vec{v}) dV d\vec{v} d\Omega}{\int \psi^+(\vec{r}, \vec{v}) \chi(v) dv d\Omega \int v(v) \Sigma_f(\vec{r}, \vec{v}') \psi(\vec{r}, \vec{v}') dV d\vec{v} d\Omega}, \quad (2,9)$$

während die Formel für die Lebenszeit [20]:

$$t_e = k \cdot \frac{\int \frac{1}{v} \psi(\vec{r}, \vec{v}) dV d\vec{v} d\Omega}{\int \chi(v) dv d\Omega \int v(v) \Sigma_f(\vec{r}, \vec{v}') \psi(\vec{r}, \vec{v}') dV d\vec{v} d\Omega} \quad (2,10)$$

lautet. Zur Berechnung der Lebenszeit wird also die Gewichtsfunktion $W=1$ gewählt.

Jede andere Gewichtsfunktion als ψ^+ ergibt in Gl. (2,10) auch einen anderen Wert für Λ . Wählt man auch hier die Gewichtsfunktion $W=1$, so stehen t_e und Λ in folgender Beziehung:

$$t_e = k \cdot \Lambda^{(1)}$$

Die Definitionsgleichung der Lebenszeit enthält sowohl bei der S_n -Methode (Gl. (2,10)) als auch bei der Monte Carlo Methode (Gl. (1,17)) im Zähler und im Nenner den Destruktionsoperator. Es ist daher zu erwarten, daß die Ergebnisse übereinstimmen. Wie Tabelle 2 zeigt, ist die Übereinstimmung bei den vier untersuchten Anordnungen äußerst gut.

Die Definitionsgleichung der Generationszeit enthält bei der S_n -Methode (Gl. (2,9)) im Zähler ebenfalls den Destruktionsoperator (die Gewichtsfunktion ψ^+ ändert daran nichts), während die Definitionsgleichung der Generationszeit bei der Monte Carlo Methode (Gl. (1,13) bzw. (2,4)) im Zähler den Produktionsoperator enthält. Es ist daher zu erwarten, daß die mit der S_n -Methode berechneten Generationszeiten mit den Meßergebnissen übereinstimmen, wenn man im Zähler von Gl. (2,9) den Destruktionsoperator durch den Produktionsoperator ersetzt und als Gewichtsfunktion $W=1$ wählt.

Es bleibt lediglich noch die Frage zu klären, warum die mit der S_n -Methode berechnete Generationszeit von GODIVA mit den Meßergebnissen übereinstimmt.

Bei der Monte Carlo Rechnung ist die Neutronengenerationszeit in einer einzelnen Neutronengeneration i durch folgende Beziehung gegeben:

$$t_g^i = \frac{\int P N_i(x,t) t dx dt}{\int P N_i(x,t) dx dt} \quad (2,11)$$

wobei P für den Produktionsoperator steht (siehe Gl. (1,13)), $x = (\vec{r}, \vec{v})$ und $N_i(x,t)$ die Neutronendichte in der i -ten Generation bezeichnet. Entsprechend ist die Lebenszeit eines Neutrons in der i -ten Generation definiert:

$$t_e^i = \frac{\int DN_i(x,t) t dx dt}{\int DN_i(x,t) dx dt} \quad (2,12)$$

mit D = Destruktionsoperator (siehe Gl. (1,17)).

Wenn nun

$$g(t) = \int PN_i(x,t) dx = C \int DN_i(x,t) dx \quad (2,13)$$

wird, mit C = konstant, folgt aus der Kombination der Gleichungen (2,11) und (2,12):

$$\frac{t_g^i}{t_e^i} = \frac{\int g(t) t dt \cdot C \int g(t) dt}{\int g(t) dt \cdot C \int g(t) t dt} = 1;$$

$$t_g^i = t_e^i \quad (2,14)$$

Das Verhältnis $\mu = \frac{t_e^i}{t_g^i}$ entscheidet darüber,

ob in einer einzelnen Neutronengeneration die Bedingung (2,13) erfüllt ist. Nimmt man die Monte Carlo Rechnungen als Grundlage für die Bestimmung von μ , so ergibt sich (siehe Tabelle 2):

<u>Anordnung</u>	<u>μ</u>
GODIVA	1,07
JEZEBEL	1,22
TOPSY	3,34
ZPR-III-6F	2.03

Diese μ -Werte zeigen, daß bei GODIVA die Bedingung (2,13) praktisch erfüllt ist. Daher ist der Produktionsoperator praktisch gleich dem Destruktionsoperator (das ist eine reine Materialeigenschaft), und daher stimmt auch die mit der S_n -Methode berechnete Generationszeit gut mit der Messung überein. In diesem Fall ist Formel (2,9) gültig (die Wahl der Gewichtsfunktion W ist dann beliebig), in allen anderen Fällen aber nicht.

Im Fall von GODIVA zeigen auch das über die einzelnen Generationen gemittelte Generationszeitspektrum:

$$N_p(t) = \frac{1}{L+1} \sum_{i=0}^L \int P N_i(x,t) dx$$

und das über die einzelnen Generationen gemittelte Destruktionszeitspektrum:

$$N_D(t) = \frac{1}{L+1} \sum_{i=0}^L \int D N_i(x,t) dx,$$

mit der Monte Carlo Methode berechnet, einen annähernd gleichen Verlauf (Bild 7). Bei JEZEBEL (Bild 8) hingegen zeigen sich schon deutliche Abweichungen zwischen $N_p(t)$ und $N_D(t)$.

Am stärksten ist der Unterschied zwischen $N_p(t)$ und $N_D(t)$ bei TOPSY (Bild 9). Durch den starken Reflektor wird naturgemäß die Lebenszeit wesentlich länger als die Generationszeit. Hier zeigt sich auch die größte Abweichung zwischen der S_n -Generationszeit und der Messung.

BILD 7

Das Generationszeitspektrum $N_P(t)$ und das Lebenszeitspektrum $N_D(t)$ in GODIVA weichen kaum von einander ab.

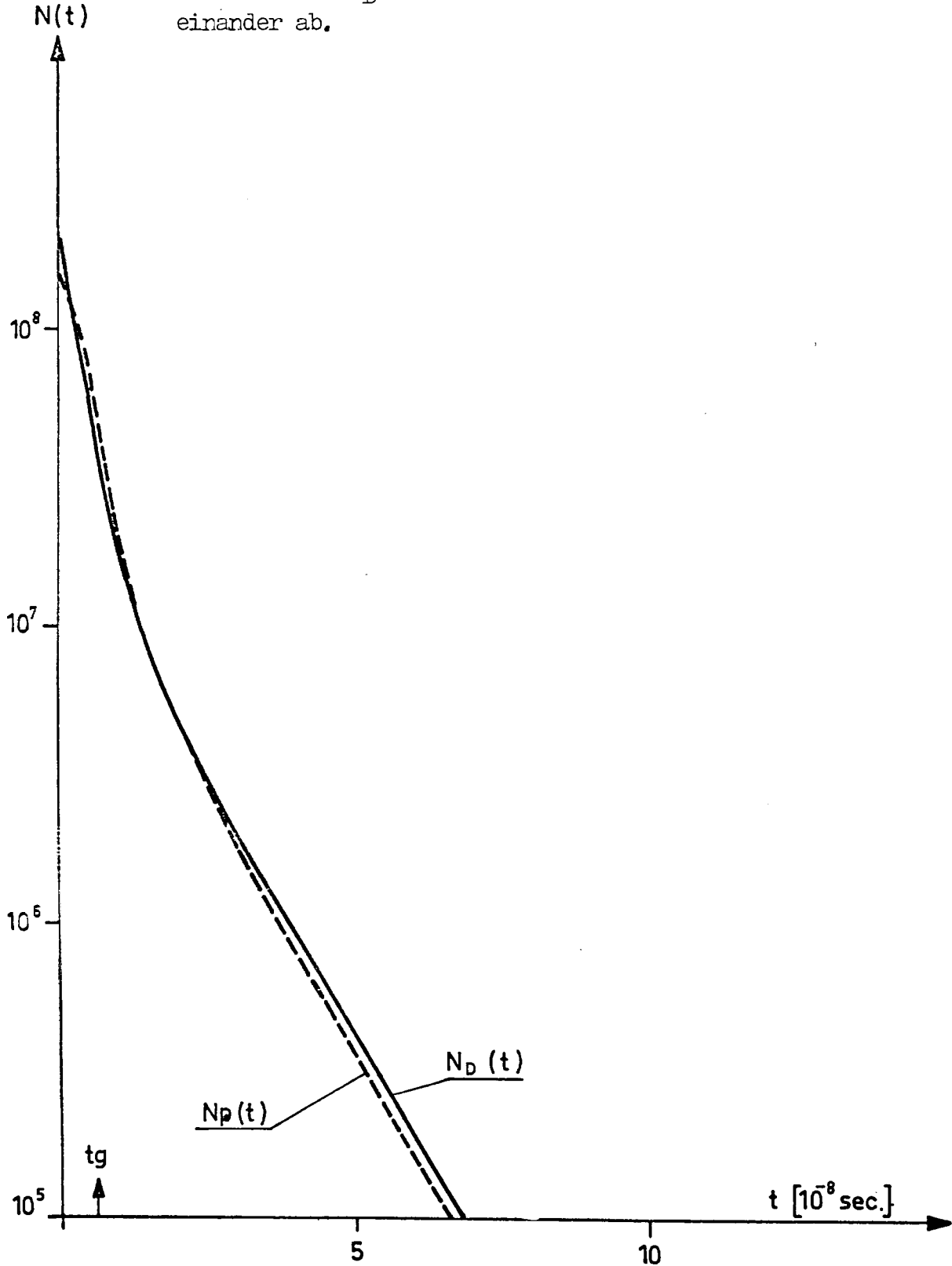


BILD 8

Bei JEZEBEL ist der Unterschied zwischen dem Generationszeitspektrum $N_P(t)$ und dem Lebenszeitspektrum $N_D(t)$ stärker ausgeprägt als bei GODIVA.

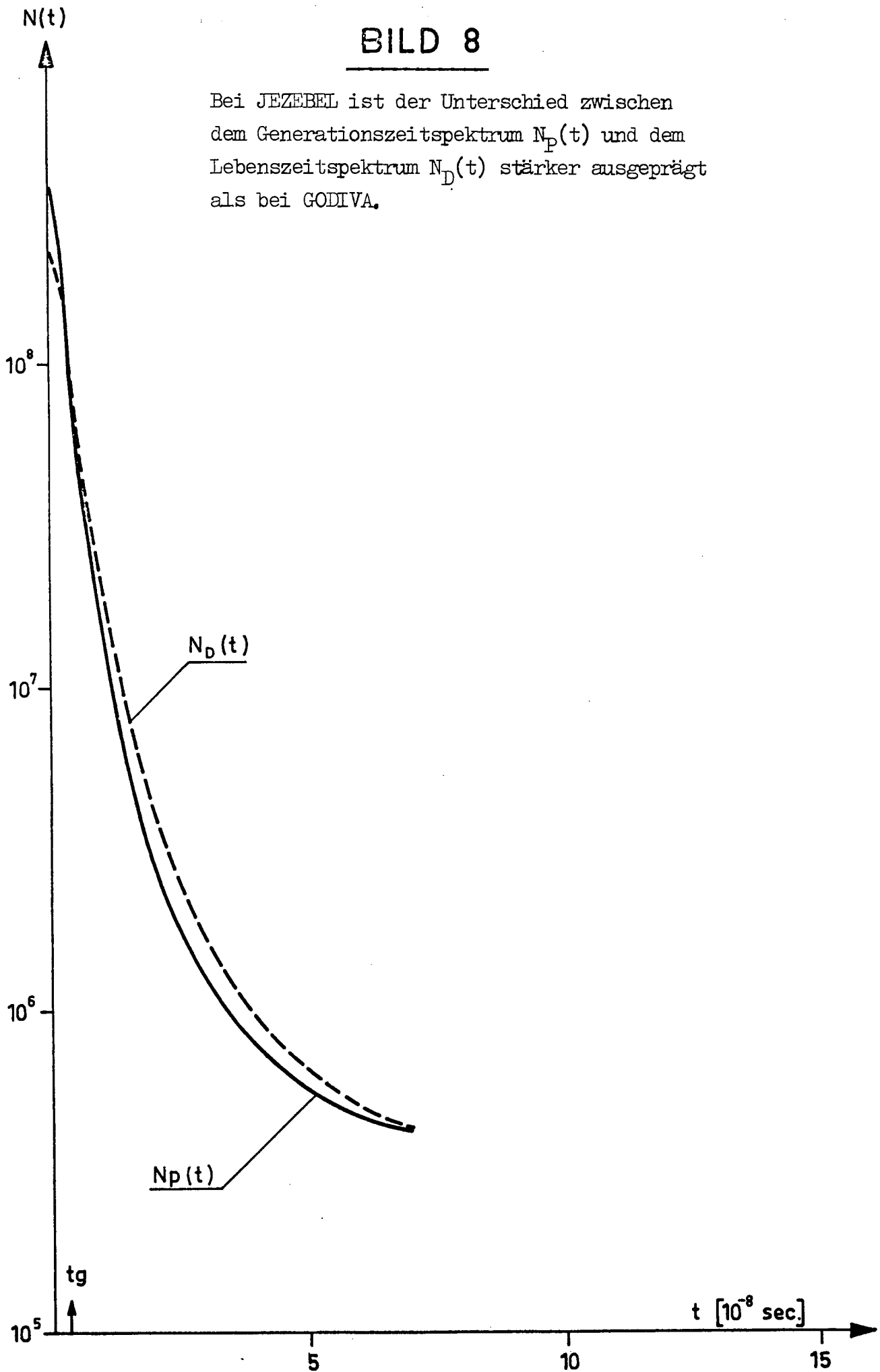
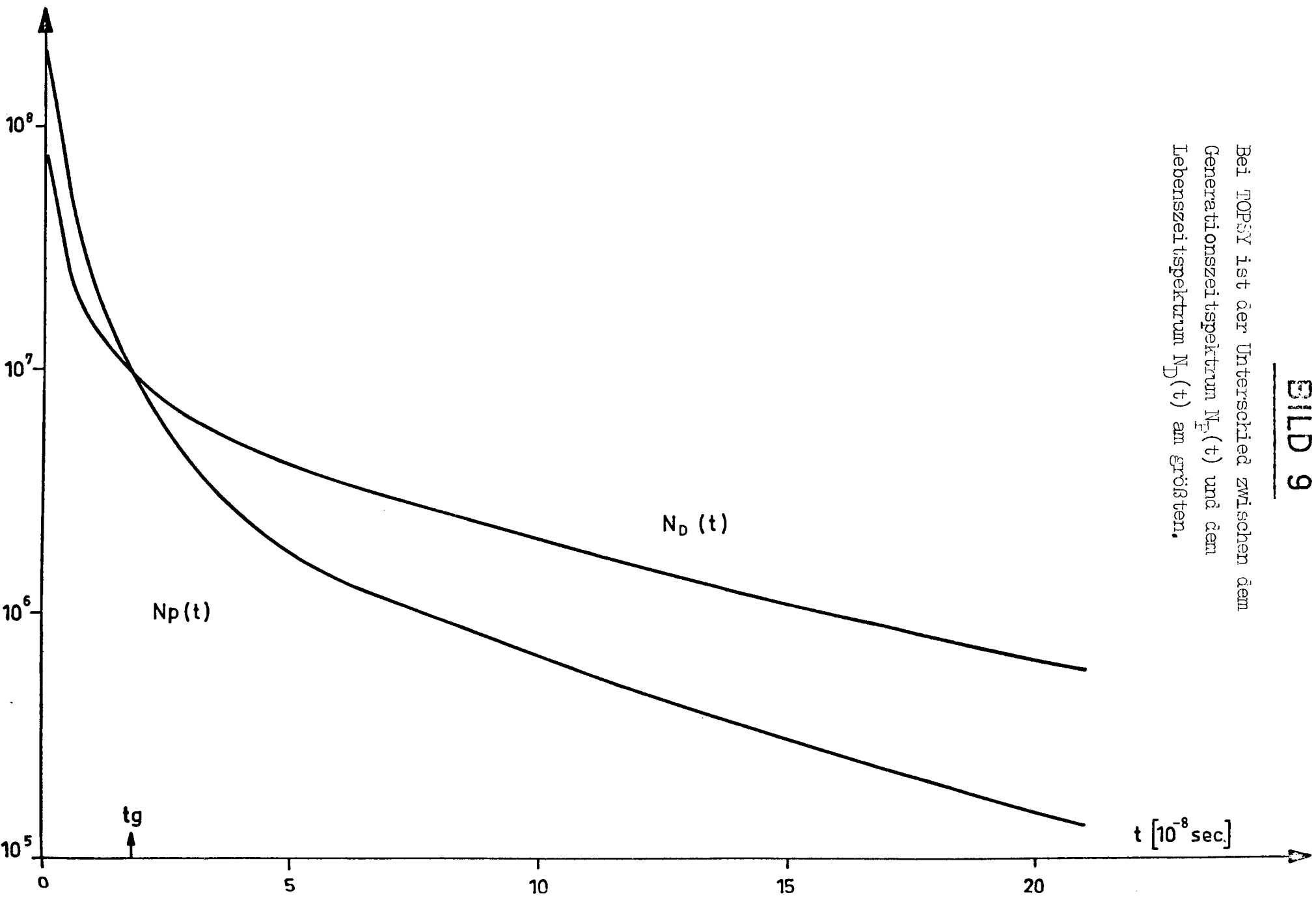


BILD 9

Bei TOPSY ist der Unterschied zwischen dem Generationszeitspektrum $N_P(t)$ und dem Lebenszeitspektrum $N_D(t)$ am größten.



2.2. Monoenergetische Ausbreitung eines Neutronenfeldes in einer Kugel

In der Einleitung wurde bereits angedeutet, daß es keineswegs sicher ist, ob sich bei gepulsten Experimenten überhaupt ein Fundamentalmode - entsprechend der Definition des Kapitels 2.1.4. -, und damit ein exponentielles Abklingen des Neutronenflusses, einstellt. Da die geometrische Form einer Anordnung, die Anisotropie der Streuung, die Moderation und andere Effekte wesentlichen Einfluß auf das zeitliche Verhalten eines Neutronenfeldes nehmen, liegt es nahe, zunächst möglichst einfache Anordnungen zu studieren, um den Einfluß der einzelnen oben genannten Komponenten der zeitlichen Ausbreitung eines Neutronenfeldes besser beobachten zu können.

Bei den in diesem Kapitel behandelten Rechnungen wurde die Kugel als geometrische Form der Anordnung gewählt. Die Quellverteilung war durch $S = S_0 \delta(r) \delta(t)$ gegeben, um die Symmetrie der Kugel ausnützen zu können. Die Kugel bestand aus einem künstlichen Material, in dem die Neutronen nur absorbiert und isotrop elastisch gestreut werden konnten. Die Energieabhängigkeit des Neutronenfeldes wurde durch die Wahl eines extrem hohen Atomgewichts ($A = 10^6$) der Streukerne eliminiert.

Der Radius der Kugel wurde $R = 2.5$ cm und die mittlere freie Weglänge $\lambda_T = 0.5$ cm gewählt, so daß der Radius der Kugel $R = 5\lambda_T$ war. Die freie Weglänge für Einfang betrug $\lambda_a = 5$ cm und die freie Weglänge für isotrope elastische Streuung $\lambda_s = \frac{5}{9}$ cm. Daher war die Wahrscheinlichkeit für Einfang $p_a = 10\%$ und die Wahrscheinlichkeit für Streuung $p_s = 90\%$.

Für die Rechnungen wurde angenommen, die Kugel sei der Reihe nach in folgenden Materialien eingebettet:

- a) Vakuum ($p_a = 100\%$, $p_s = 0\%$)
- b) Unendlich ausgedehnter Absorber ($p_a = 50\%$, $p_s = 50\%$)
- c) Unendlich ausgedehntes gleiches Material ($p_a = 10\%$, $p_s = 90\%$)
- d) 1 cm dicker Reflektor ($p_a = 0\%$, $p_s = 100\%$).

Die mittlere freie Weglänge betrug bei diesen Materialien ebenfalls $\lambda_T = 0.5$ cm.

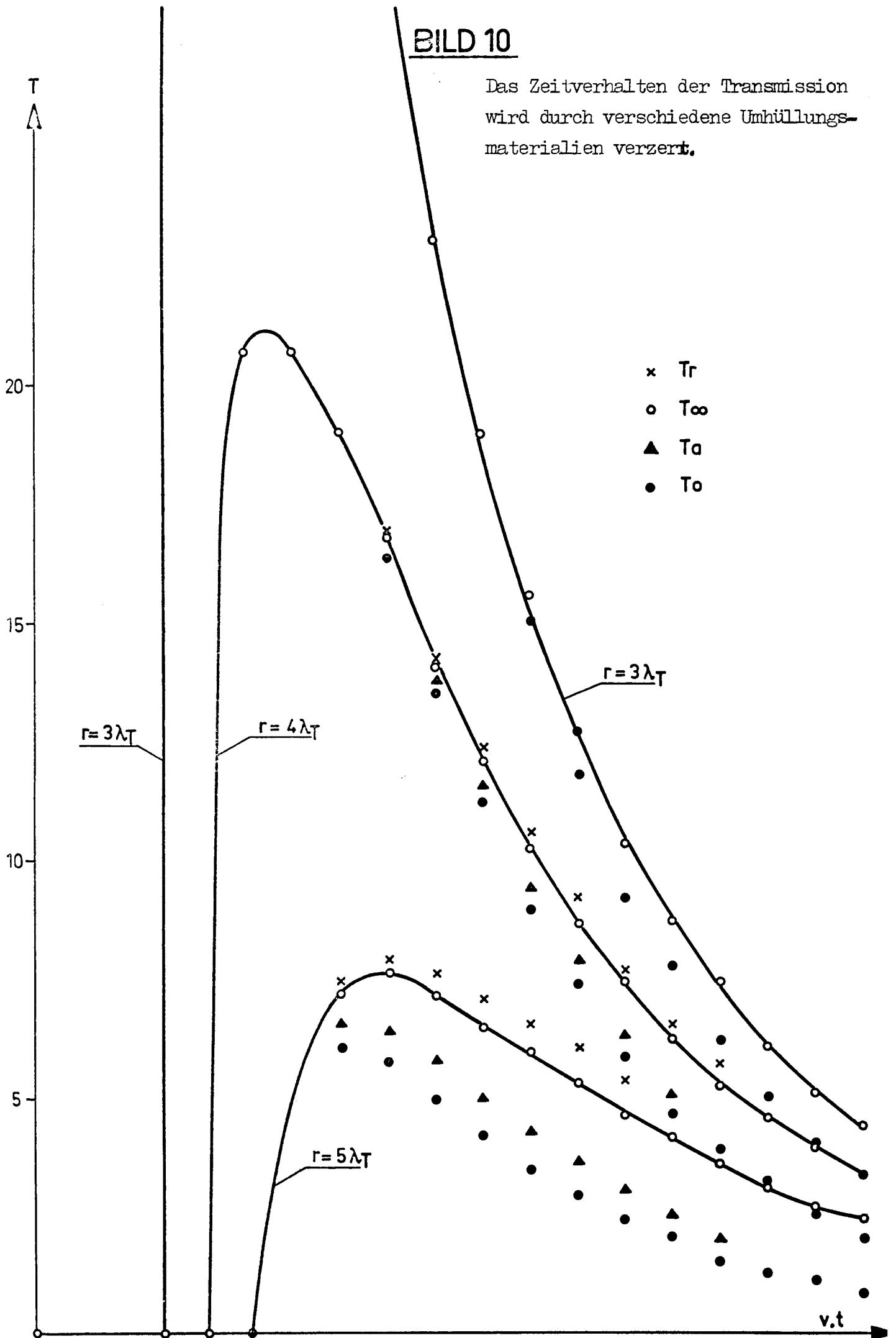
Die Transmission T und der Strom C (nach Gl. (1,10) und (1,11) berechnet) wurde an verschiedenen konzentrischen Zwischenschichten $r = 1; 3; 4; 5 \lambda_T$ bestimmt, um sowohl am äußeren Rand der Kugel als auch in ihrem Inneren Information über die Neutronendichte zu erhalten. Im folgenden werden die Transmission T und der Strom C entsprechend den vier oben angegebenen Umhüllungsmaterialien bezeichnet:

- zu a) T_0 bzw. C_0
- zu b) T_a bzw. C_a
- zu c) T_∞ bzw. C_∞
- zu d) T_r bzw. C_r

Bild 10 zeigt die Transmission bei diesen vier Materialien als Funktion der Zeit an den drei Positionen $r = 3; 4; 5 \lambda_T$. Nach dem Eintreffen der ersten, direkten Neutronen steigt die Neutronendichte sehr steil an, um nach kurzer Zeit den Maximalwert zu erreichen. Diese Phase soll im folgenden Expansionsphase genannt werden. Die Expansionsphase ist vor allem dadurch gekennzeichnet, daß die Transmission noch sehr stark anisotrop ist. Bald nach Erreichen des Maximums

BILD 10

Das Zeitverhalten der Transmission wird durch verschiedene Umhüllungsmaterialien verzerrt.



setzt die Störphase ein. Durch den Einfluß der verschiedenen Umhüllungsmaterialien wird die Transmission T_∞ gestört, und zwar bewirken sowohl der Absorber als auch das Vakuum eine Verringerung der Transmission gegenüber dem unendlich ausgedehnten Medium: $(T_\alpha - T_\infty) < 0$,

$(T_o - T_\infty) < 0$, während der Reflektor eine Vergrößerung bewirkt: $(T_r - T_\infty) > 0$.

In Bild 11 ist die Transmission T_∞ an verschiedenen Stellen $r = 3; 4; 5 \lambda_\tau$ im logarithmischen Maßstab aufgetragen. Es zeigt sich, daß die Transmission für genügend große Zeiten mit guter Genauigkeit durch folgenden Ausdruck beschrieben werden kann:

$$T_\infty(r, t) = \varphi(r) \cdot e^{-\alpha(r)t} \quad \text{für } t > t_o.$$

Weiter ist zu bemerken, daß an der Stelle $r = 3 \lambda_\tau$ die Transmission sich von oben her der asymptotischen Geraden nähert, die Krümmung also konkav ist, während an der Stelle $r = 4 \lambda_\tau$ und erst recht bei $r = 5 \lambda_\tau$ dieses Einschwingen von unten erfolgt, die Krümmung also konvex ist.

Bild 12 zeigt die Transmission T_∞ an der Stelle $r = 5 \lambda_\tau$. Darunter sind die Differenzen $(T_r - T_\infty)$ und $(T_o - T_\infty)$ aufgetragen. Bei den verschiedenen Differenzkurven zeigt sich eine zeitliche Verschiebung des Maximums.

Viel besser sieht man den Einfluß der verschiedenen Umhüllungsmaterialien auf die Neutronendichte bei Bild 13, wo der hinausgehende Strom C^+ und

BILD 11

Zeitweise rein exponentieller Abbau der Neutronendichte. Die Abklingkonstante ist ortsabhängig.

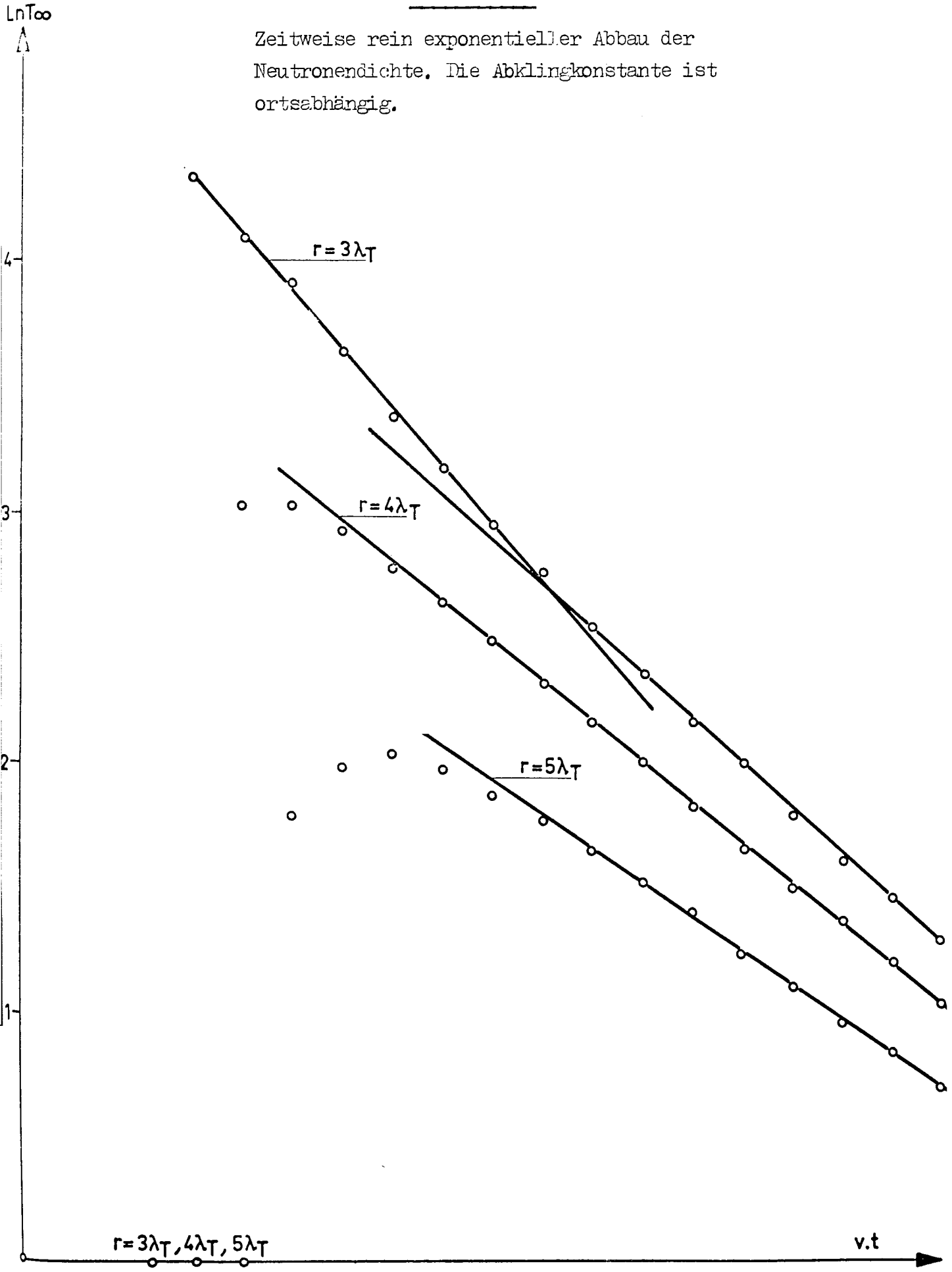


BILD 12

Die Maxima der "Reflektierten" ($T_r - T_\infty$) und ($T_o - T_\infty$) sind gegenüber der Transmission T_∞ phasenverschoben.

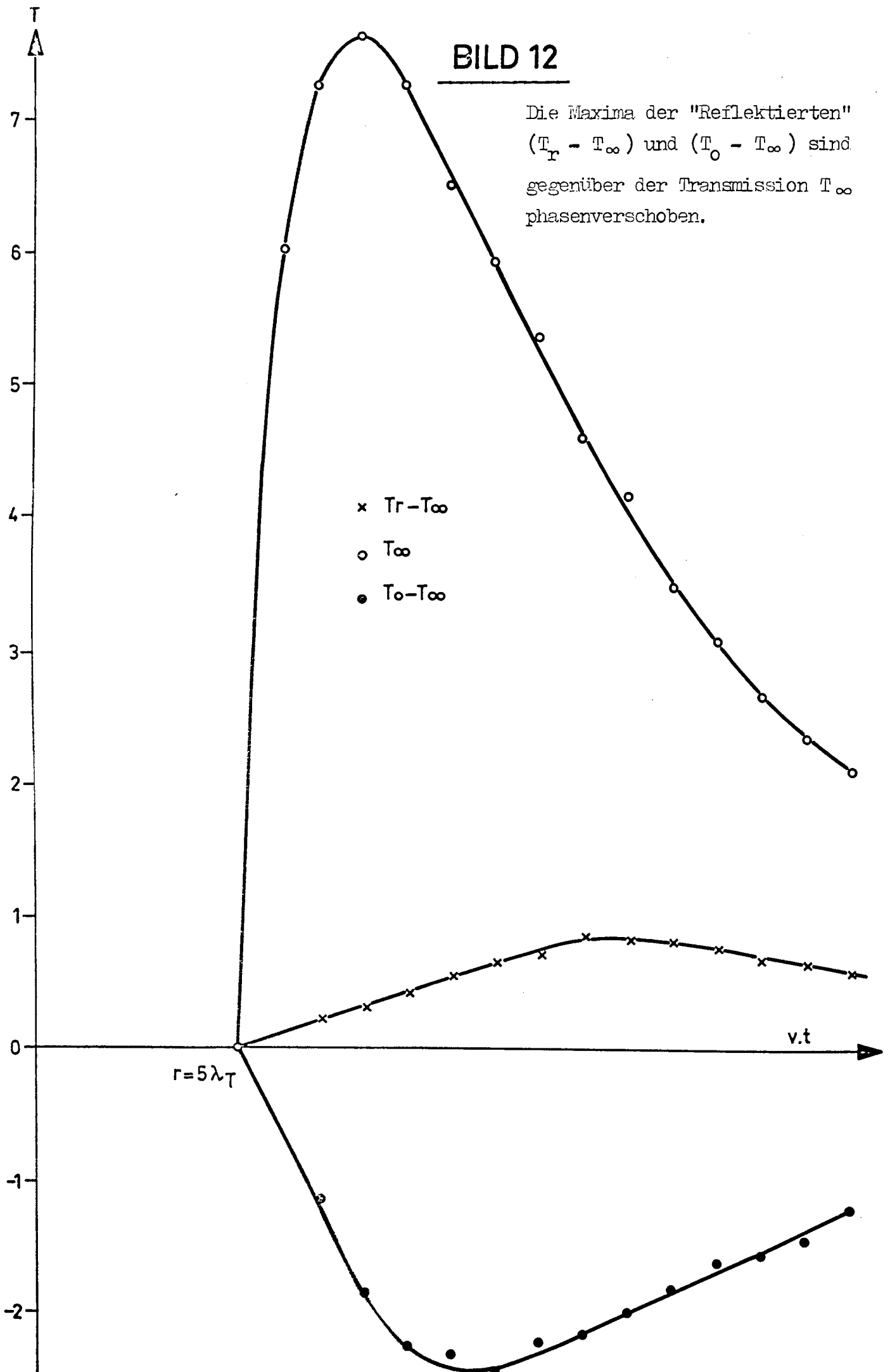
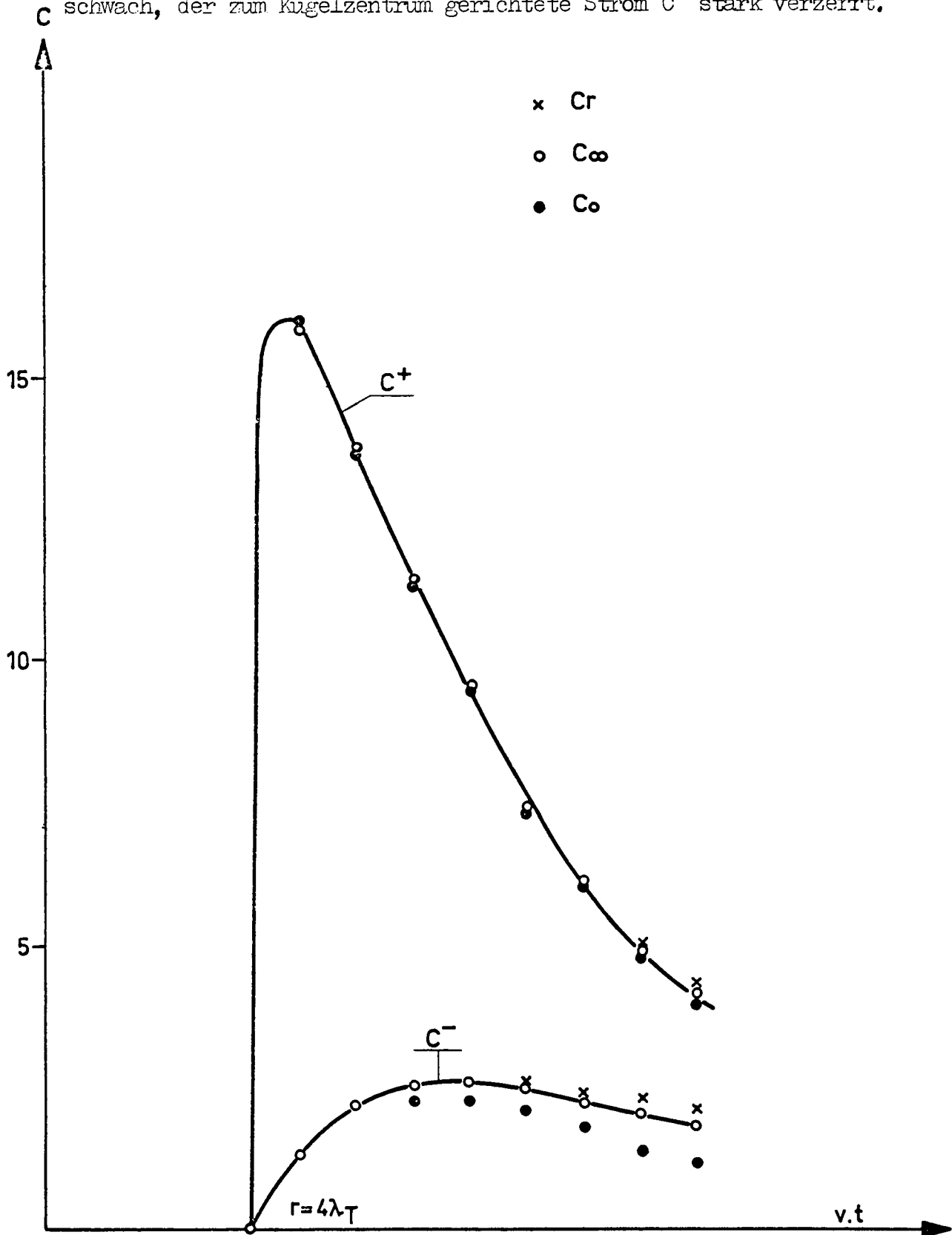


BILD 13

Der zur Oberfläche gerichtete Strom C^+ wird durch die "Reflektierte" schwach, der zum Kugelzentrum gerichtete Strom C^- stark verzerrt.



der hereinkommende Strom C^- an der Stelle $r=4\lambda_T$ aufgetragen sind. Während sich die hinausgehenden Ströme C_r^+ , C_∞^+ und C_o^+ kaum unterscheiden, weichen die hereinkommenden Ströme C_r^- , C_∞^- und C_o^- stark von einander ab.

Abschließend wird in Bild 14 die Transmission T_o als Funktion der Zeit an verschiedenen Stellen $r = 1;3;4;5 \lambda_T$ im logarithmischen Maßstab gezeigt. Genauso wie in Bild 11 stellt sich kurze Zeit nach Erreichen des Maximums ein exponentieller Abfall der Transmission ein, der ortsabhängig ist. An Stellen, die mehr als eine freie Weglänge von der Oberfläche der Kugel entfernt sind, kann man annehmen, daß die Abklingkonstante α praktisch unabhängig vom Ort ist:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial r} = 0.$$

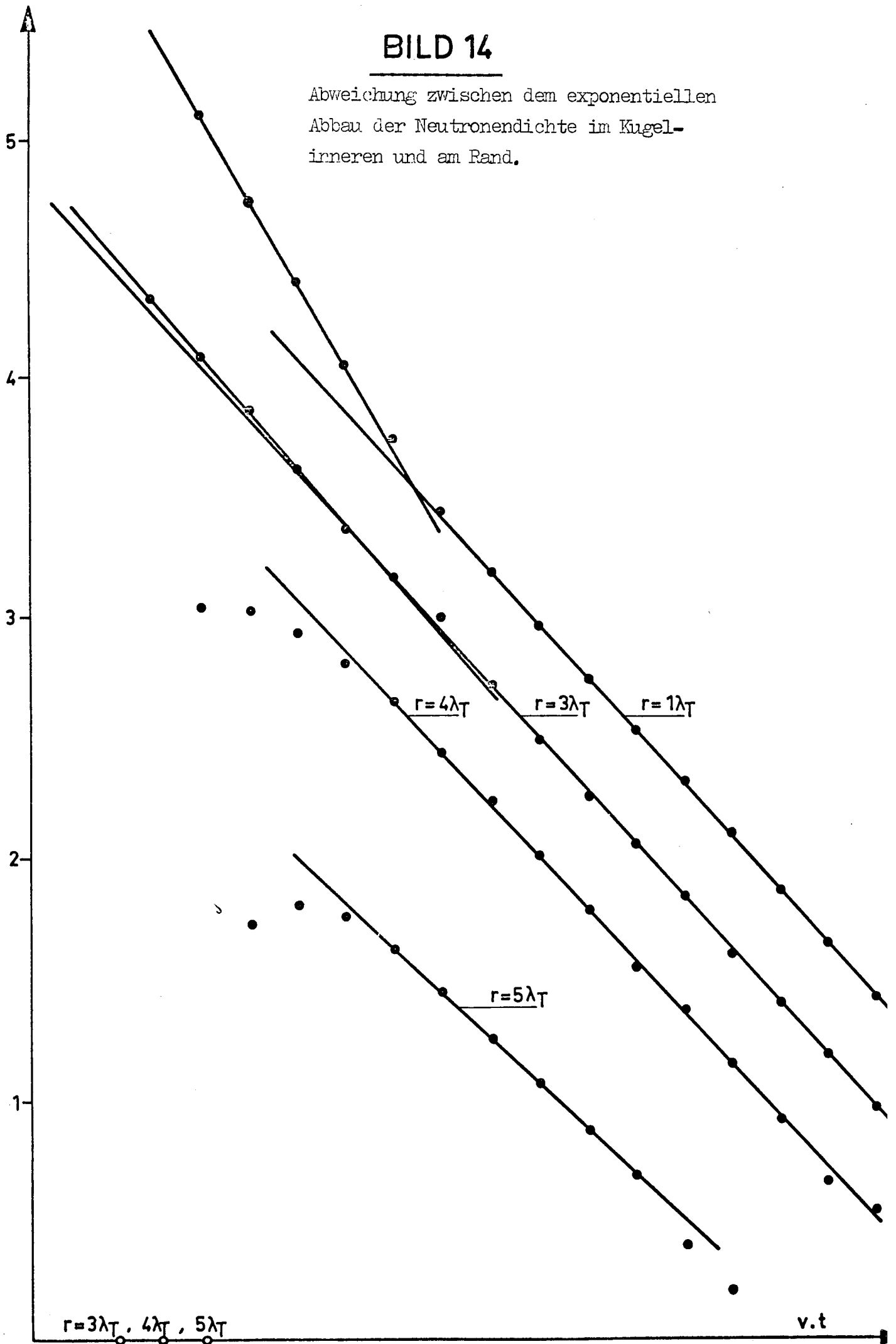
In der Nähe der Oberfläche gilt das aber nicht mehr. Aus Bild 14 entnimmt man folgende α -Werte:

$$\alpha(1\lambda_T) : \alpha(3\lambda_T) : \alpha(4\lambda_T) : \alpha(5\lambda_T) = 1.21 : 1.20 : 1.17 : 1.$$

Offensichtlich erlaubt der Nachweis eines exponentiellen Zerfalls der Neutronendichte an der Oberfläche einer nicht multiplizierenden Anordnung keine Rückschlüsse auf das Verhalten der Neutronen im Inneren der Anordnung. In allen oben angeführten Fällen zeigt sich bei $r = 5 \lambda_T$ ein exponentieller Abfall der Transmission. Da aber im Inneren der Kugel die Abklingkonstante α einen anderen Wert hat als am Rand, folgt daraus, daß sich der Fundamentalmode bei den oben behandelten Anordnungen

BILD 14

Abweichung zwischen dem exponentiellen
Abbau der Neutronendichte im Kugel-
inneren und am Rand.



erst dann einstellen wird, wenn die Neutronendichte auf einen vernachlässigbar kleinen Wert abgesunken ist.

Die Frage des zeitlichen Zerfalls der Neutronendichte wurde noch an einer weiteren Anordnung überprüft. Es wurde eine Kugel mit dem Radius $R = 10 \lambda_T$ gewählt, die mit dem gleichen Material wie in den obigen Fällen gefüllt war. Das Verhältnis Einfangwahrscheinlichkeit zu Streuwahrscheinlichkeit wurde geändert: $p_a = 0.5\%$, $p_s = 99.5\%$. Es wurden Zwischenschichten an den Stellen $r = 6; 6.5; 7; 7.5; 8; 8.5; 9; 9.5; 10 \lambda_T$ eingeführt, um sowohl die räumliche als auch die zeitliche Abhängigkeit der Transmission studieren zu können. Außen um die Kugel wurde Vakuum angekommen, als Quellverteilung wurde wieder $S = S_0 \delta(r) \delta(t)$ gewählt.

Bild 15 zeigt die Transmission als Funktion des Radius zu verschiedenen Zeiten t_3, \dots, t_{10} . Die Zeitintervalle t_i wurden äquidistant gewählt. Wie in Bild 15 ersichtlich, baut sich die Transmission auf, bis sie im Zeitpunkt t_{10} den Maximalwert erreicht. Durch das Einsetzen des Ausflusses wird die Neutronendichte langsam wieder reduziert (Bild 16). Der Abbau geschieht aber viel langsamer als der Aufbau; entsprechend wurden die Zeitintervalle τ_i zehnmal so groß gewählt wie die Zeitintervalle t_i . Die Kurven τ_i stellen die Mittelwerte

$$\tau_i = \frac{1}{10} \sum_{k=0}^9 t_{10-i-k}$$

dar.

BILD 15

Sich ausbreitende Neutronenwolke zu verschiedenen Zeitpunkten. Expansions- und Störphase.

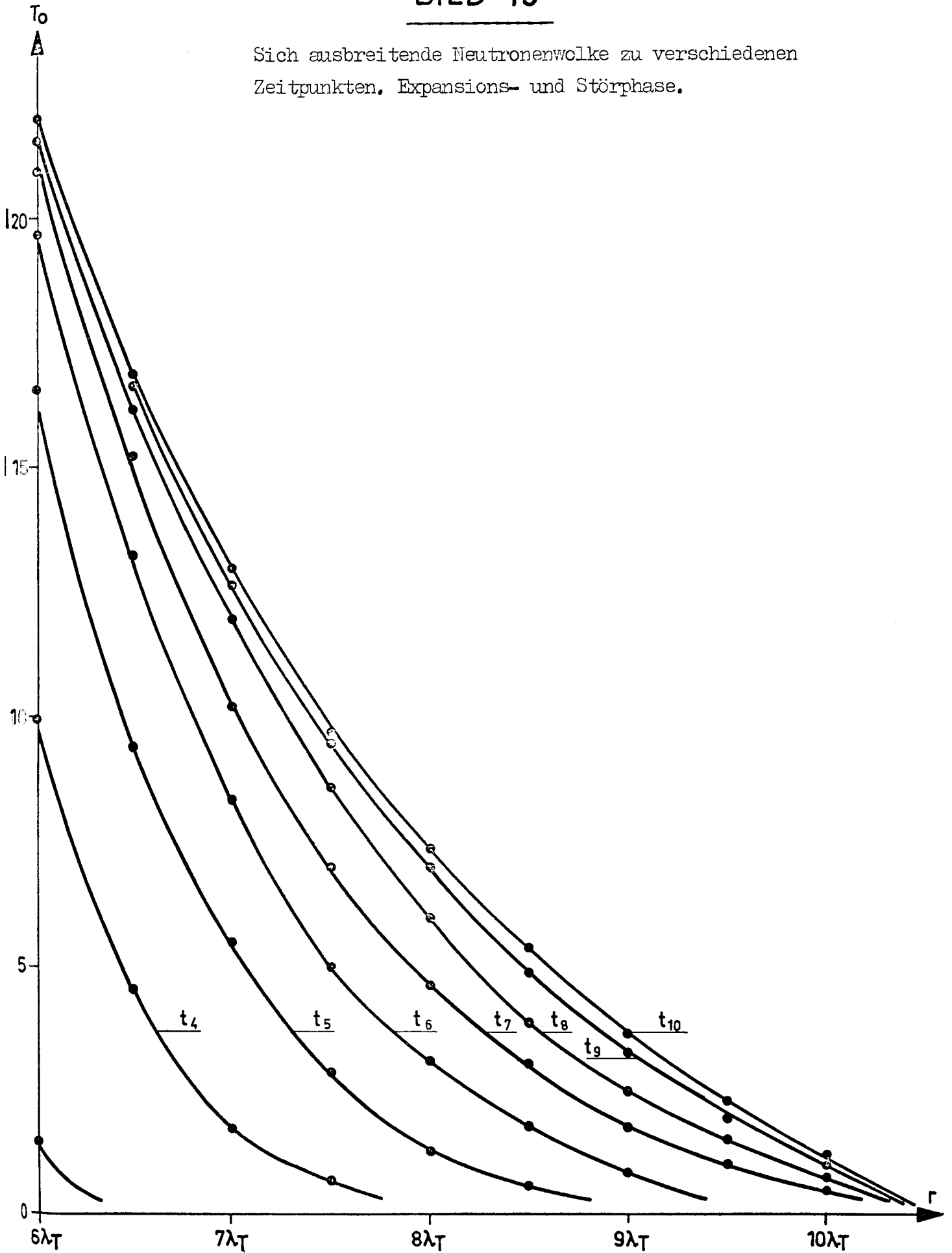
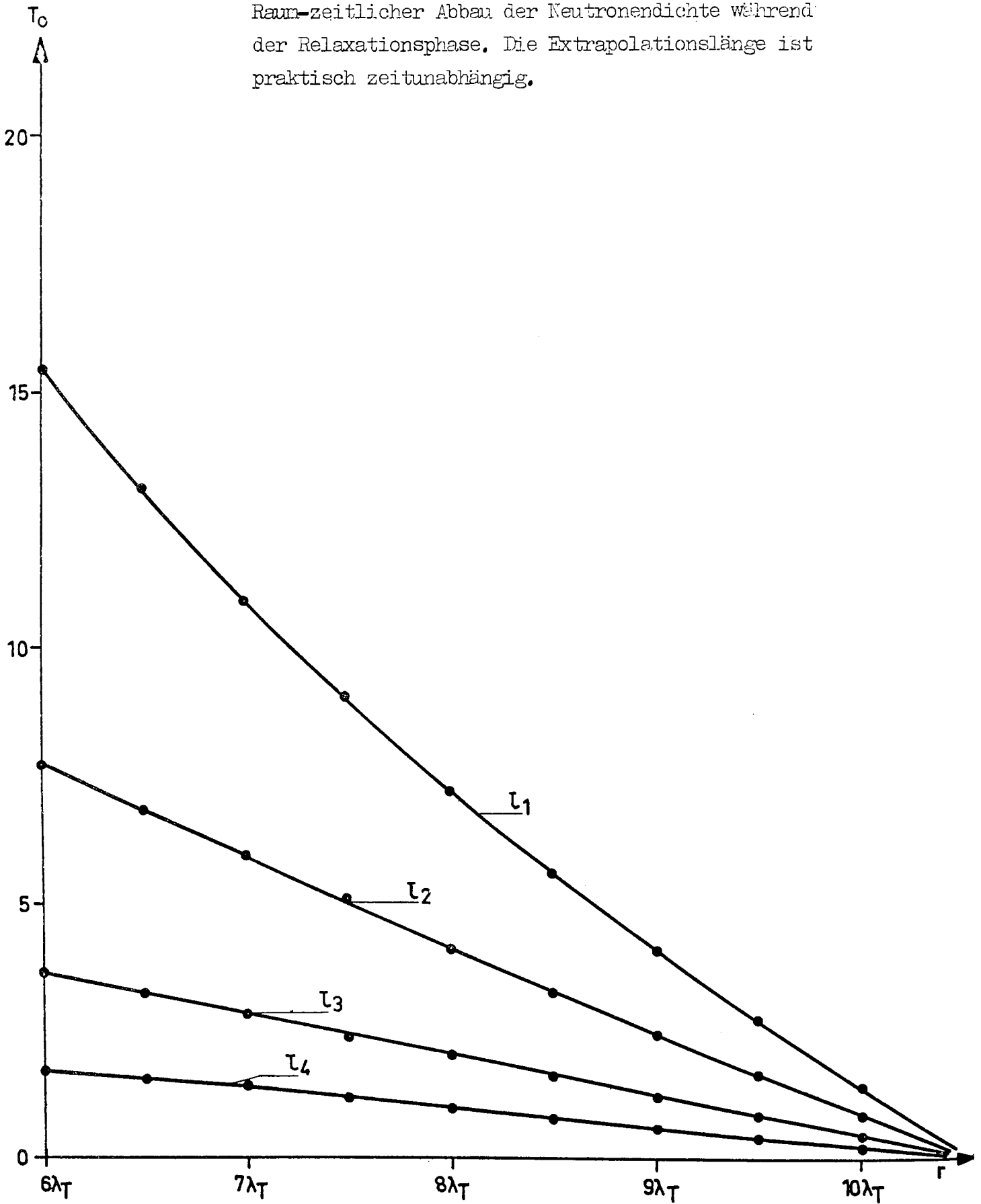


BILD 16

Raum-zeitlicher Abbau der Neutronendichte während der Relaxationsphase. Die Extrapolationslänge ist praktisch zeitunabhängig.



Zur Untersuchung des zeitlichen Verhaltens der Neutronendichte können folgende Quotienten benutzt werden:

$$p = \frac{T(r_i, t)}{T(r_{i+1}, t)} \quad \text{und} \quad q = \frac{T(r, t_i)}{T(r, t_{i+1})}$$

Nimmt man an, daß sich der Fundamentalmode eingestellt hat, so geht p über in p_{as} :

$$p_{as} = \frac{\psi(r_i) \cdot e^{-\alpha t}}{\psi(r_{i+1}) \cdot e^{-\alpha t}} = \psi(r_i, r_{i+1}).$$

p wird also unabhängig von der Zeit. q geht dann über in q_{as} :

$$q_{as} = \frac{\psi(r) \cdot e^{-\alpha t_i}}{\psi(r) \cdot e^{-\alpha t_{i+1}}} = e^{-\alpha(t_i - t_{i+1})}$$

Wählt man die Zeitintervalle t_i äquidistant, so folgt

$$q = \text{konstant.}$$

Tabelle 3 gibt die p -Werte wieder, die aus Bild 16 entnommen wurden. Die Annahme eines Fundamentalmodes scheint bestätigt. Obwohl die p -Werte im Bereich $1.07 \leq p \leq 1.87$ liegen, sind die Abweichungen in den einzelnen senkrechten Kolonnen von Tabelle 3 relativ gering. Tabelle 4 mit den q -Werten zeigt aber, daß die Annahme eines Fundamentalmodes vollkommen ungerechtfertigt ist, da man $q = \text{konstant}$ erwartet, während die tatsächlichen q -Werte in einem Bereich $1.62 \leq q \leq 2.27$ liegen.

Tabelle 3

p - Werte

$r(\lambda_T) \rightarrow$

$t \downarrow$

p	6 - 6.5	6.5 - 7	7 - 7.5	7.5 - 8	8 - 8.5	8.5 - 9	9 - 9.5	9.5 - 10
τ_1	1.18	1.21	1.20	1.26	1.29	1.37	1.49	1.84
τ_2	1.12	1.14	1.18	1.23	1.28	1.35	1.47	1.87
τ_3	1.15	1.15	1.19	1.19	1.23	1.32	1.44	1.86
τ_4	1.07	1.14	1.20	1.24	1.26	1.28	1.39	1.82
τ_5	1.13	1.20	1.18	1.19	1.22	1.37	1.42	1.80

Tabelle 4

q - Werte

$r(\lambda_T) \rightarrow$

$t \downarrow$

q	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10
$\tau_1 - \tau_2$	2.03	1.93	1.82	1.78	1.74	1.72	1.70	1.67	1.62
$\tau_2 - \tau_3$	2.05	2.09	2.10	2.12	2.05	1.98	1.93	1.90	1.99
$\tau_3 - \tau_4$	2.21	2.06	2.05	2.07	2.14	2.19	2.15	2.07	2.02
$\tau_4 - \tau_5$	2.04	2.16	2.27	2.21	2.13	2.06	2.20	2.25	2.24

Man sieht also, daß auch im Fall eines sehr schwach absorbierenden Materials die Neutronendichte auf einen vernachlässigbaren Rest abgesunken ist, bevor sich der Fundamentalmode eingestellt hat.

Weiter zeigt Bild 16 eine für analytische Rechnungen wichtige Tatsache, nämlich, daß die Extrapolationslänge schon bald nach erfolgtem Puls zeitunabhängig ist.

2.3. Nichtmultiplizierende, schwach moderierende Anordnungen

Zur weiteren Untersuchung der zeitlichen Ausbreitung eines Neutronenpulses wurden nichtmultiplizierende, schwach moderierende Anordnungen berechnet. Es handelt sich um gepulste Blei- bzw. Kupferblöcke, für die Meßergebnisse vorliegen.

BEGHIAN et al. [25] haben den Zerfall einer durch Puls induzierten Neutronenpopulation in einem Bleiblock mit den Abmessungen 8x8x8 inches (20.32 cm) gemessen. Als Neutronenquelle diente die $\text{Li } 7(p,n)\text{Be } 7$ Reaktion, die Neutronen der Energie $E = 1.24 \text{ MeV}$ erzeugte. Die Quelle befand sich 60 cm vor der Mitte der Seite β des Bleiblocks (siehe Bild 17a) und hatte daher folgende Form:

$$S(r, E, t) = \delta(r - r_0) \delta(E - 1.24 \text{ MeV}) \delta(t).$$

Der Detektor D_1 war auf der der Quelle gegenüberliegenden Seite α des Bleiblocks ebenfalls in der Mitte angebracht und konnte Neutronen mit einer Energie $0.64 \leq E \leq 1.24 \text{ MeV}$ registrieren.

BILD 17a

Lage von Quelle und Detektoren bei der Blei- bzw. Kupferanordnung.

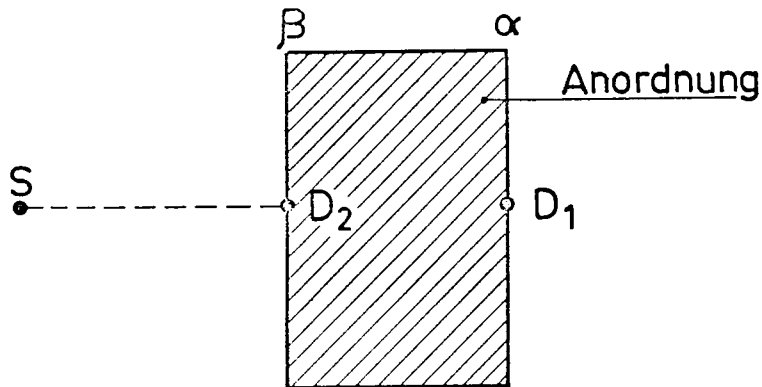


BILD 17b

Die Monte Carlo Rechnung beschreibt das Zeitverhalten der Neutronendichte im Bleiblock in den Zonen 1 und 2 .

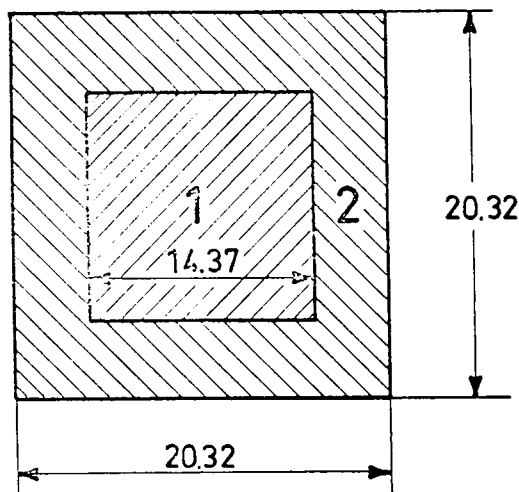
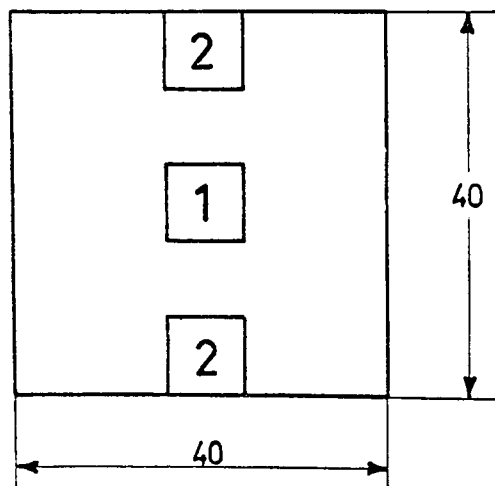


BILD 17c

Lage der Zonen 1 und 2 bei der Berechnung des Kupferblocks.



D'OULTREMONT [4] hat eine ähnliche Messung an einem Kupferblock durchgeführt. Der Kupferblock hatte die Ausmaße 20 x 40 x 40 cm. Die Quelle befand sich in 40 cm Abstand vor der Mitte der 40 x 40 cm großen Seite β (siehe Bild 17a), die Quellenergie betrug 1.408 MeV. D'OULTREMONT hat den Zerfall der Neutronenpopulation an beiden 40 x 40 cm großen Flächen α und β gemessen (Detektoren D_1 und D_2 in Bild 17a) und fand verschiedene Zerfallskonstanten (die Zerfallskonstante τ ist das Reziproke der im vorigen Kapitel erwähnten Abklingkonstanten: $\tau = \frac{1}{\alpha}$;

τ ist die Zeit, in der die Neutronenpopulation auf den Bruchteil $\frac{1}{e} = 0.368$ absinkt). Das ist bisher der einzige bekannte experimentelle Hinweis auf die Ortsabhängigkeit der Zerfallskonstanten. Der Detektor war jeweils in der Mitte der Meßflächen α und β angebracht und registrierte Neutronen in einem Energiebereich $0.6 \leq E \leq 1.408$ MeV.

Zweck dieser Experimente [4] , [25] war es, die Zerfallskonstante τ des Fundamentalmodes zu bestimmen. Aus der Definition des Fundamentalmodes (Kapitel 2.1.4.) folgt jedoch, daß sich bei schnellen, nicht-multiplizierenden Anordnungen ein Fundamentalmode überhaupt nicht einstellen kann. Da keinerlei Aufwärtsstreuung stattfindet (weder im thermischen Gleichgewicht noch durch Spaltung), wird durch jeden Stoß, den ein Neutron macht, das Energiespektrum zu tieferen Energien hin verschoben, bis die gesamte Neutronenpopulation ausgestorben ist.

Wie schon erwähnt, können die bei den Messungen verwendeten Detektoren nur Neutronen registrieren, deren Energie in einem ganz bestimmten Bereich liegt. Da

sich ein Fundamentalmode nicht einstellen kann, wird man zunächst einmal erwarten, daß sich für jede Energie ein anderes Zerfallsgesetz der Neutronenpopulation ergibt. Niederenergetische Neutronen werden sich wahrscheinlich länger in der Anordnung aufhalten als Neutronen mit höherer Energie. Messungen, die mit einem Detektor durchgeführt wurden, der nur auf ganz bestimmte Energien anspricht, können also niemals etwas über das Verhalten der gesamten Neutronenpopulation aussagen.

Eine zusätzliche Fehlerquelle bei Experimenten ist die Bestimmung des sogenannten "Hintergrundes". Ein Detektor mißt zu jeder Zeit, unabhängig von den Pulsen der Quelle, eine gewisse Zählrate. Dieser zeitunabhängige Hintergrund wird von der gesamten Zählrate subtrahiert und das Ergebnis dann an eine Exponentialfunktion angepaßt. Die Bestimmung des Hintergrundes ist aber sehr schwierig, da sein Betrag äußerst gering und daher der statistische Fehler sehr groß ist. Wenn man die gesamte Zählrate im logarithmischen Maßstab aufträgt, macht sich der Einfluß des Hintergrundes bei geringen Neutronendichten (d.h. nach Zeiten, die größer sind als die Zerfallskonstante) bemerkbar. Die Meßergebnisse werden deshalb in der Regel durch eine Fehlerausgleichsrechnung an eine Funktion der Form:

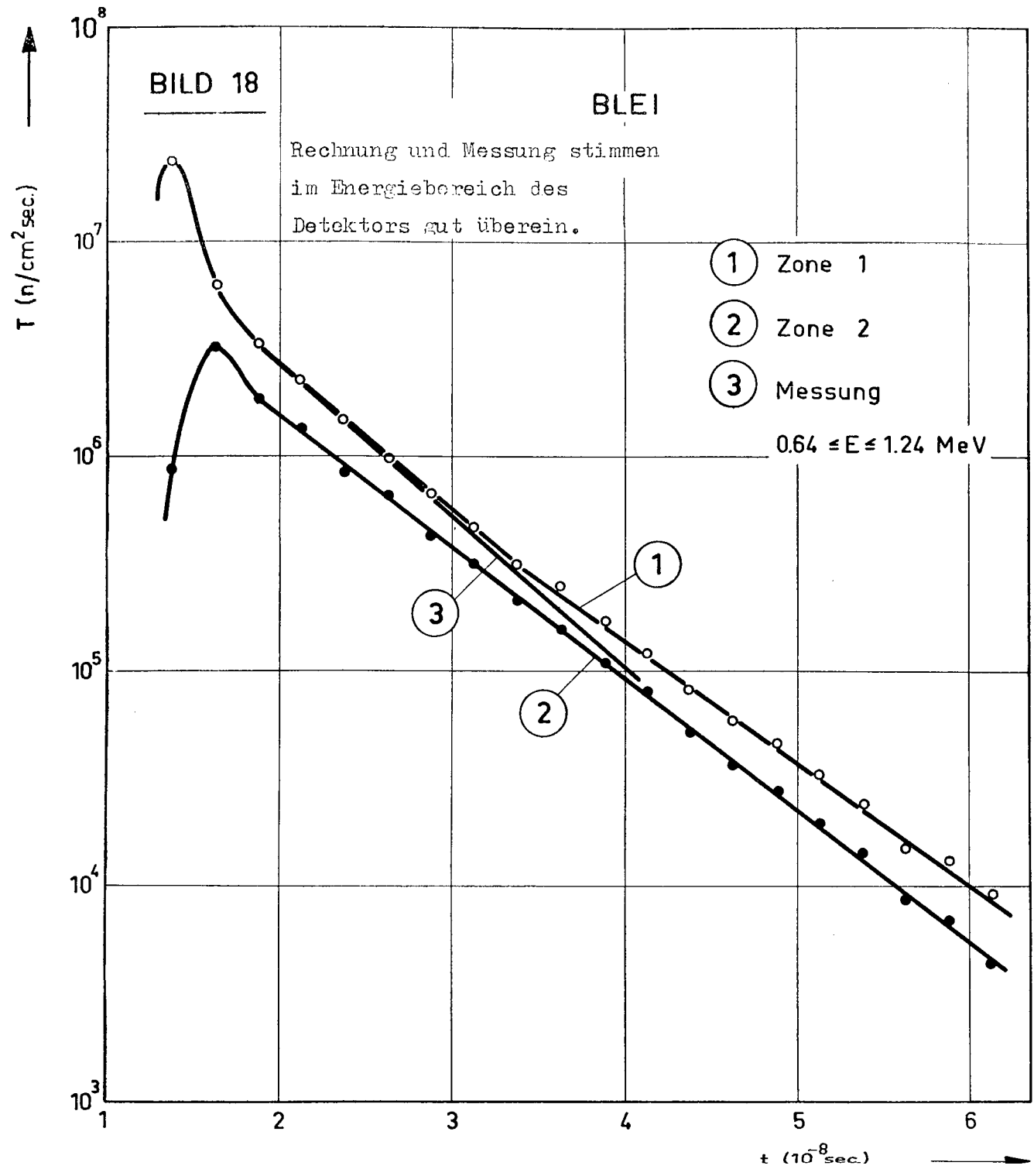
$$N(t) = C + D e^{-\frac{t}{\tau}}$$

angepaßt. Dieses Verfahren ist aber auf der Annahme

eines exponentiellen Zerfalls der Neutronenpopulation gegründet und führt daher zwangsläufig zu falschen Ergebnissen, wenn dieser exponentielle Zerfall nicht gegeben ist.

Zur Berechnung des zeitlichen Zerfalls der Neutronenpopulation im Bleiblock wurde die Stirnseite α der Anordnung (an der sich beim Experiment der Detektor D_1 befand, Bild 17a) in zwei flächengleiche Zonen (im folgenden Zone 1 und 2 genannt, Bild 17b) unterteilt, um die Ortsabhängigkeit des Zerfallgesetzes beobachten zu können.

Bild 18 zeigt die Ergebnisse der Rechnungen im Vergleich zu den Meßergebnissen. Die Zahl der durch die Stirnfläche α der Anordnung austretenden Neutronen (Transmission) ist im logarithmischen Maßstab gegen die Zeit aufgetragen. Entsprechend der Energiebreite des Detektors wurden bei den Rechnungen nur diejenigen Neutronen berücksichtigt, deren Energie $E \geq 0.64$ MeV war. Die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment ist für Zeiten $t \leq 3.3 \cdot 10^{-8}$ sec äußerst gut. Die Messung ergab eine Zerfallskonstante von $\tau = 6.22 \cdot 10^{-9}$ sec, die Rechnung $\tau = 6.38 \cdot 10^{-9}$ sec. Diese Ergebnisse sind innerhalb der Rechen- und Meßgenauigkeit identisch. Für Zeiten $t > 3.3 \cdot 10^{-8}$ sec wird die mit dem TIMOC Code berechnete Kurve flacher. Die Zerfallskonstante beträgt $\tau = 7.64 \cdot 10^{-9}$ sec. Meßergebnisse liegen in diesem Zeitbereich keine mehr vor.



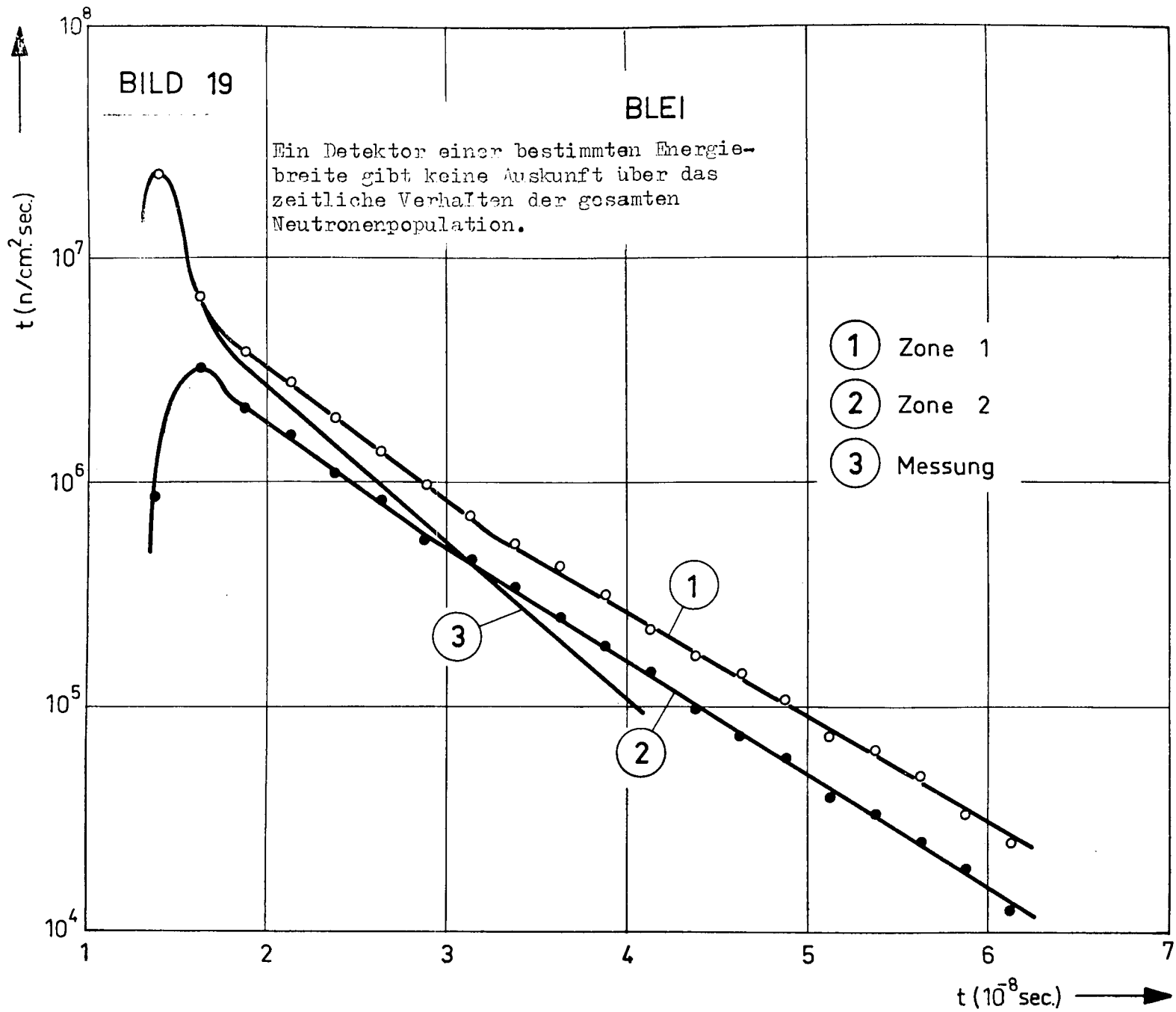
Die statistischen Fehler der Rechnung sind für Zeiten $t > 3.3 \cdot 10^{-8}$ sec in der Größenordnung von 10%. Es ist daher ziemlich willkürlich, ob man durch die berechneten Punkte zwei Geraden oder eine einzige, gekrümmte Kurve legt. Daß es sich aber nicht um eine einzige Gerade handelt, ist unverkennbar.

Die Zerfallkurve der Zone 2 läßt sich innerhalb der Rechengenauigkeit als eine einzige Gerade darstellen. Die zugehörige Zerfallskonstante ergab sich zu $\tau = 7.11 \cdot 10^{-9}$ sec, ein Wert, der ungefähr den Mittelwert der Zerfallskonstanten der zur Zone 1 gehörigen Kurve darstellt.

Berechnet man den zeitlichen Verlauf der gesamten Neutronenpopulation, d.h. berücksichtigt man auch Neutronen mit Energien $E < 0.64$ MeV (Bild 19), so erweisen sich die Zerfallskonstanten als deutlich verschieden von denen, die im Bild 18 dargestellt sind. Es ergibt sich für Zone 1: $\tau = 7.41 \cdot 10^{-9}$ sec für Zeiten $t \leq 3.3 \cdot 10^{-8}$ sec und $\tau = 9.35 \cdot 10^{-9}$ sec für Zeiten $t > 3.3 \cdot 10^{-8}$ sec, während man für Zone 2 folgende Werte aus Bild 19 ablesen kann: $\tau = 7.72 \cdot 10^{-9}$ sec für $t \leq 3 \cdot 10^{-8}$ sec und $\tau = 8.62 \cdot 10^{-9}$ sec für $t > 3 \cdot 10^{-8}$ sec. Durch die Berücksichtigung der Neutronen mit niedrigeren Energien, d.h. der längerlebenden Neutronen, wird die Zerfallskurve für größere Zeiten immer flacher.

Der zeitliche Zerfall der Neutronenpopulation im Kupferblock wurde nur an der der Quelle zugewandten Seite β berechnet (Detektor D_2 in Bild 17a).

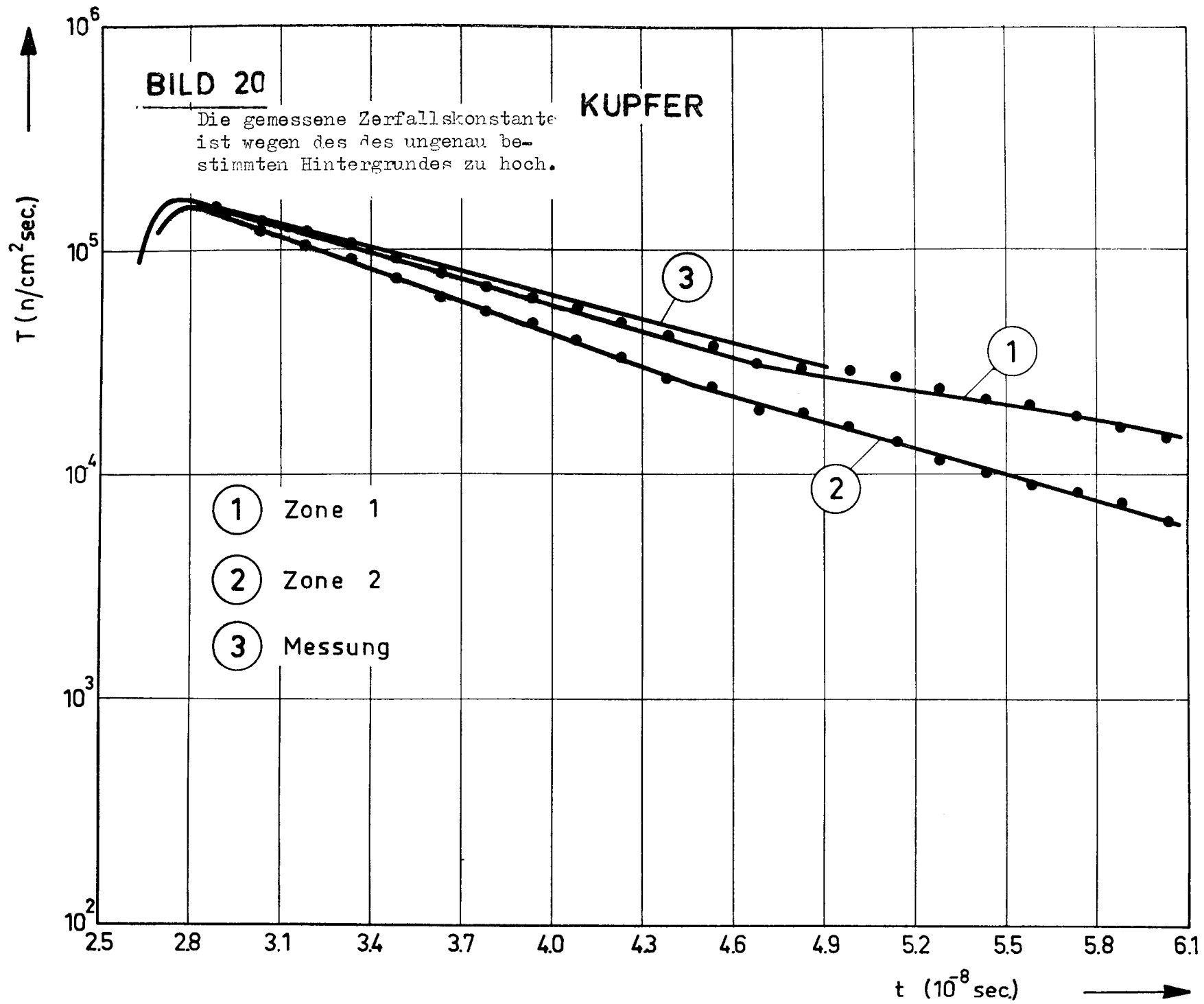
Auch hier wurde das Zerfallsgesetz in zwei Zonen 1 und 2 berechnet (Bild 17c). Die Zonen 1 und 2



waren kleine Quadrate von 4 cm Seitenlänge. Durch diese feine Einteilung ließ sich die Ortsabhängigkeit des Zerfallgesetzes besser beobachten als beim Bleiblock. Da die Transmission an der der Quelle zugewandten Seite β berechnet wurde, wurde bei der Rechnung (wie bei der Messung) die Quelle als 40 cm von der Meßfläche entfernt angenommen und die Neutronen mit isotrop verteilter Flugrichtung gestartet. Im Fall von Blei war das nicht notwendig, da die Transmission an der der Quelle abgewandten Seite α berechnet wurde. Die Flugrichtung der Startneutronen war dort auf den Block zu orientiert, weil durch die viele Stöße, die ein Neutron im Laufe seines Aufenthaltes im Bleiblock macht, der Einfluß der Startrichtung auf die Zerfallkurven vernachlässigbar ist.

In Bild 20 ist die Transmission für die Kupferanordnung, getrennt für die Zonen 1 und 2, im logarithmischen Maßstab gegen die Zeit aufgetragen. Die Zeitskala beginnt, wegen der Entfernung der Quelle vom Detektor, erst bei $t = 2.55 \cdot 10^{-8}$ sec.

Genau wie beim Bleiblock bemerkt man, daß die Zerfallkurven sich nicht durch jeweils eine einzige Gerade darstellen lassen. In Zone 1 ergab die Rechnung für $t \leq 4.7 \cdot 10^{-3}$ sec eine Zerfallkonstante von $\tau = 1.14 \cdot 10^{-3}$ sec, die Messung dagegen $\tau = 1.24 \cdot 10^{-3}$ sec. Bei der Rechnung wurden sämtliche Neutronen berücksichtigt, während der Detektor bei der Messung nur Neutronen registrierte, deren Energie im Bereich $0.6 \leq E \leq 1.408$ MeV lag. Es wäre daher zu erwarten, daß die gemessene Zerfallkonstante



kleiner ist als die berechnete. Nach Aussagen des Experimentators [26] liegen die zu hohen Meßwerte wahrscheinlich daran, daß der bei der Messung verwendete Detektor (ein Plastik-Szintillator) äußerst empfindlich gegen γ -Strahlung ist.

Nach einer Zeit $t = 4.7 \cdot 10^{-8}$ sec zeigt sich eine deutliche Vergrößerung der Zerfallskonstanten auf $\tau = 1.88 \cdot 10^{-8}$ sec; in diesem Zeitbereich liegt aber kein Meßergebnis mehr vor.

Beim Kupferblock zeigt sich die Raumabhängigkeit der Zerfallskonstanten wesentlich stärker ausgeprägt als beim Bleiblock, weil der Zerfall an wesentlich extremer gelegenen Stellen berechnet wurde. In Zone 2 war für Zeiten $t \leq 4.7 \cdot 10^{-8}$ sec die Zerfallskonstante $\tau = 0.89 \cdot 10^{-8}$ sec, für Zeiten $t > 4.7 \cdot 10^{-8}$ sec ergab sich $\tau = 1.16 \cdot 10^{-8}$ sec, also ungefähr der gleiche Wert wie für Zone 1 für $t \leq 4.7 \cdot 10^{-8}$ sec.

Die Ergebnisse dieses und des vorigen Kapitels lassen den Schluß zu, daß man das zeitliche Verhalten einer durch Puls induzierten Neutronenpopulation in einer schnellen, nichtmultiplizierenden Anordnung durch folgende drei Phasen beschreiben kann:

- a) durch die Expansionsphase. Nach dem Eintreffen der ersten Neutronen an einer Stelle \vec{r} steigt die Neutronenzahl in sehr kurzer Zeit auf den Maximalwert an. Bald danach setzt
- b) die Störphase ein. Wegen der endlichen Ausdehnung der Anordnung wird das zeitliche Verhalten

einer Neutronenpopulation gegenüber dem unendlich ausgedehnten Medium gestört. Interessiert man sich für das Verhalten aller Neutronen, deren Energie im Bereich $E_1 \leq E \leq E_2$ liegt, so läßt sich die Neutronendichte $\varphi(\vec{r}, t)$ in guter Näherung durch folgenden Ausdruck approximieren:

$$\varphi(\vec{r}, t) = \int_{E_1}^{E_2} N(\vec{r}, E, t) dE = C_1(\vec{r}) e^{-\alpha_1(\vec{r})t}, \quad t \leq T. \quad (2,15)$$

Nach Verstreichen einer gewissen Zeit T (im allgemeinen einige Male solange wie die Zerfallskonstante $\frac{1}{\alpha(\vec{r})}$) setzt dann

- c) die Relaxationsphase ein. Die Neutronendichte $\varphi(\vec{r}, t)$ kann dann wie im Fall b) durch einen Exponentialausdruck approximiert werden:

$$\varphi(\vec{r}, t) = \int_{E_1}^{E_2} N(\vec{r}, E, t) dE = C_2(\vec{r}) e^{-\alpha_2(\vec{r})t}, \quad t \geq T, \quad (2,16)$$

mit der Stetigkeitsbedingung:

$$C_1(\vec{r}) e^{-\alpha_1(\vec{r})T} = C_2(\vec{r}) e^{-\alpha_2(\vec{r})T}$$

T kann dabei eine Funktion $T(r)$ sein, und $\alpha_1(\vec{r}) \geq \alpha_2(\vec{r})$.

Die Bestimmung der Parameter C_1 , C_2 , α_1 , α_2 und T aus dem Experiment ist aber wegen der zu Beginn dieses Kapitels beschriebenen Schwierigkeiten praktisch unmöglich, so daß diese Bestimmung am besten durch eine Rechnung geschieht.

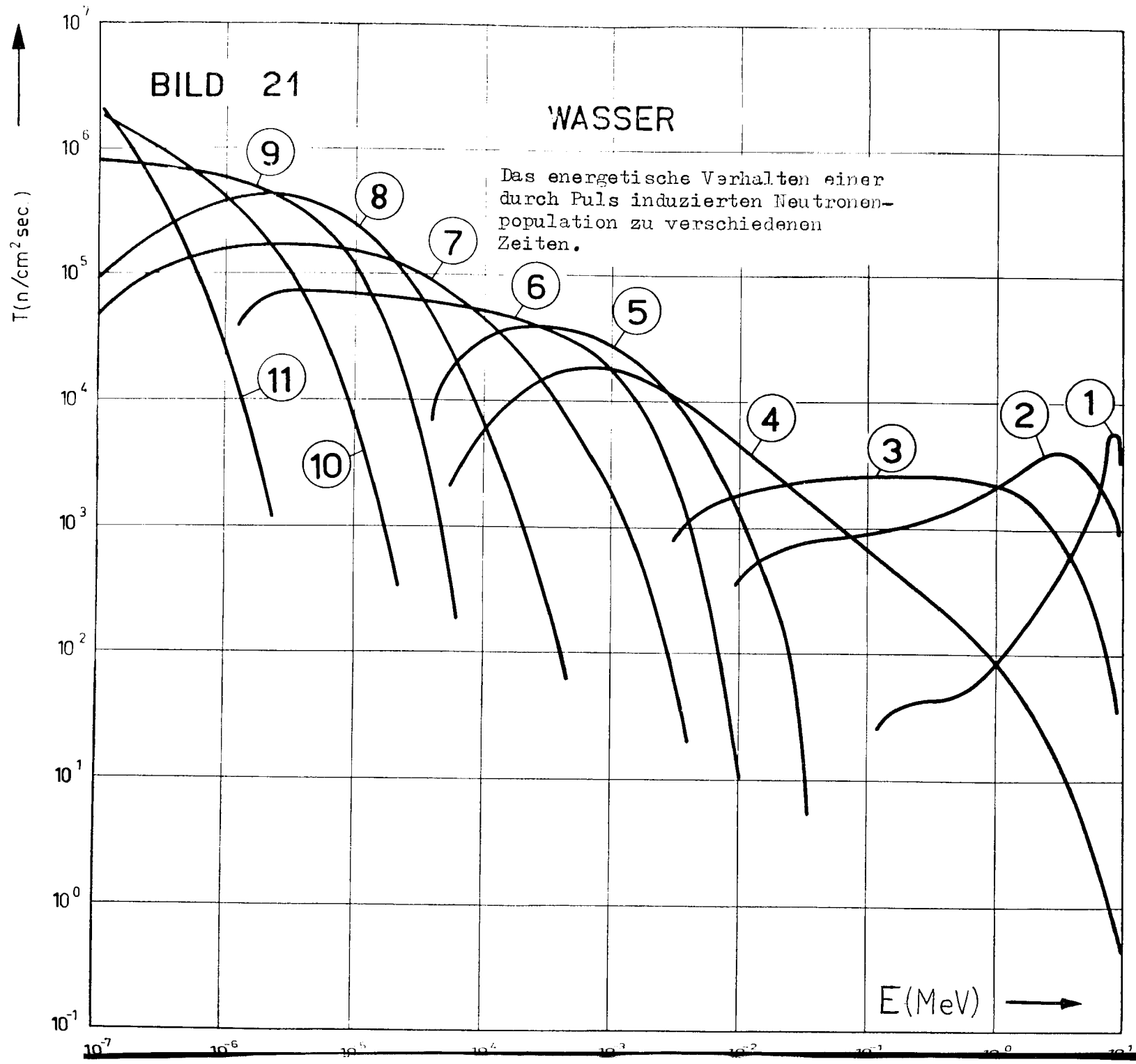
2.4. Das zeitabhängige Energiespektrum in Wasser

In den bisher untersuchten Anordnungen war eine Energieabhängigkeit des Neutronenspektrums entweder überhaupt nicht vorhanden (Kapitel 2.2.) oder nur sehr schwach ausgeprägt (Kapitel 2.3.). Im Gegensatz dazu soll in diesem Kapitel die energetische Änderung eines Neutronenpulses mit der Zeit in einer stark moderierenden Anordnung untersucht werden.

Als Beispiel wurde eine Wasserkugel ($R = 15$ cm) gewählt und das zeitliche und energetische Verhalten des durch den Neutronenpuls induzierten Ausflusses studiert. Die Quelle befand sich im Mittelpunkt der Kugel, die Quellenergie betrug 10 MeV:

$$S(r, E, t) = S_0 \delta(r) \delta(E - 10 \text{ MeV}) \delta(t).$$

Bild 21 zeigt das Ausflußspektrum der Neutronen als Funktion der Energie (Ausfluß pro MeV) in verschiedenen Zeitintervallen im doppellogarithmischen Maßstab. Den einzelnen Kurven entsprechen folgende Zeitintervalle:



<u>Kurve</u>	<u>Zeitintervall (sec)</u>
1	$0.1 \cdot 10^{-8} < t \leq 0.4 \cdot 10^{-8}$
2	$0.4 \cdot 10^{-8} < t \leq 0.7 \cdot 10^{-8}$
3	$0.7 \cdot 10^{-8} < t \leq 1.0 \cdot 10^{-8}$
4	$0.1 \cdot 10^{-7} < t \leq 0.4 \cdot 10^{-7}$
5	$0.4 \cdot 10^{-7} < t \leq 0.7 \cdot 10^{-7}$
6	$0.7 \cdot 10^{-7} < t \leq 1.0 \cdot 10^{-7}$
7	$0.1 \cdot 10^{-6} < t \leq 0.4 \cdot 10^{-6}$
8	$0.4 \cdot 10^{-6} < t \leq 0.7 \cdot 10^{-6}$
9	$0.7 \cdot 10^{-6} < t \leq 1.0 \cdot 10^{-6}$
10	$0.1 \cdot 10^{-5} < t \leq 0.4 \cdot 10^{-5}$
11	$0.4 \cdot 10^{-5} < t \leq 0.7 \cdot 10^{-5}$.

Die schnellsten (direkten) Neutronen erreichen nach $t = 0.341 \cdot 10^{-8}$ sec den Rand der Anordnung. In Kurve 1 ist daher der Einfluß der δ -förmigen Quelle noch stark zu spüren: 86 % aller Neutronen, die im Zeitintervall 1 die Anordnung durch Ausfluß verlassen, haben eine Energie $E > 6$ MeV. Im Zeitintervall 2 sind bereits einige Neutronen bis zu einer Energie $E = 10$ keV heruntermoderiert worden. Der von der δ -förmigen Quelle herrührende Peak ist breiter geworden, dominiert aber noch deutlich das Spektrum. Das Maximum hat sich aber bereits zu einer Energie $E = 3$ MeV hin verschoben. Im Zeitintervall 3 ist der Peak bereits vollkommen verschwunden, das Spektrum ist über einen weiten Energiebereich hin konstant. Im Zeitintervall 4 hat das Spektrum die größte Energiebreite: $50 \text{ eV} \leq E < 10 \text{ MeV}$. Auch zeigt das Spektrum in einem Energiebereich $4 < E < 600 \text{ keV}$ praktisch einen $\frac{1}{E}$ -Verlauf. Danach verschwinden schlagartig die Neutronen aus den oberen Energiegruppen. Im Zeitintervall 5 sind nur mehr Neutronen mit einer Energie

$E < 40$ keV vorhanden. Das Spektrum zeigt bereits seine endgültige Form, es wird mit zunehmender Zeit nur mehr gegen niedrigere Energien hin verschoben. Im Zeitintervall 7 wird die untere Energiegrenze der bei der Rechnung verwendeten Querschnitte erreicht. Die Form des Spektrums bleibt weiterhin ungeändert, bis die gesamte Neutronenpopulation ausgestorben ist.

Im Gesamten gesehen gehen 71.9% der Neutronen durch Ausfluß verloren. Davon entfallen 21.9% auf das Zeitintervall 1, 29.1% auf das Zeitintervall 2, 7.8% auf das Zeitintervall 3 und die restlichen 13.1% auf die übrigen Zeitintervalle.

Weiter werden 27.4% aller Neutronen unter eine Energie $E = 0.1$ eV heruntermoderiert. Die mittlere Zeit, die vergeht, bis die Energie eines Neutrons $E < 0.1$ eV ist, beträgt $t_m = 0.319 \cdot 10^5$ sec. Die Absorption ist vernachlässigbar: nur 0.7% aller Neutronen werden absorbiert.

2.5. Schnelle multiplizierende Anordnungen

Die Untersuchung der zeitlichen Ausbreitung eines durch Puls induzierten Neutronenfeldes wird mit der Behandlung von schnellen, multiplizierenden Anordnungen abgeschlossen.

BENGSTON [3] hat über die Messung des zeitlichen Zerfalls einer Neutronenpopulation in unreflektierten, unterkritischen, hochangereicherten Uran-kugeln mit den Radien $R = 5.94; 7.5; 3.4$ cm berichtet. Die Materialzusammensetzung war die gleiche wie bei GODIVA (Kapitel 2.1.): 93% U235, 7% U238.

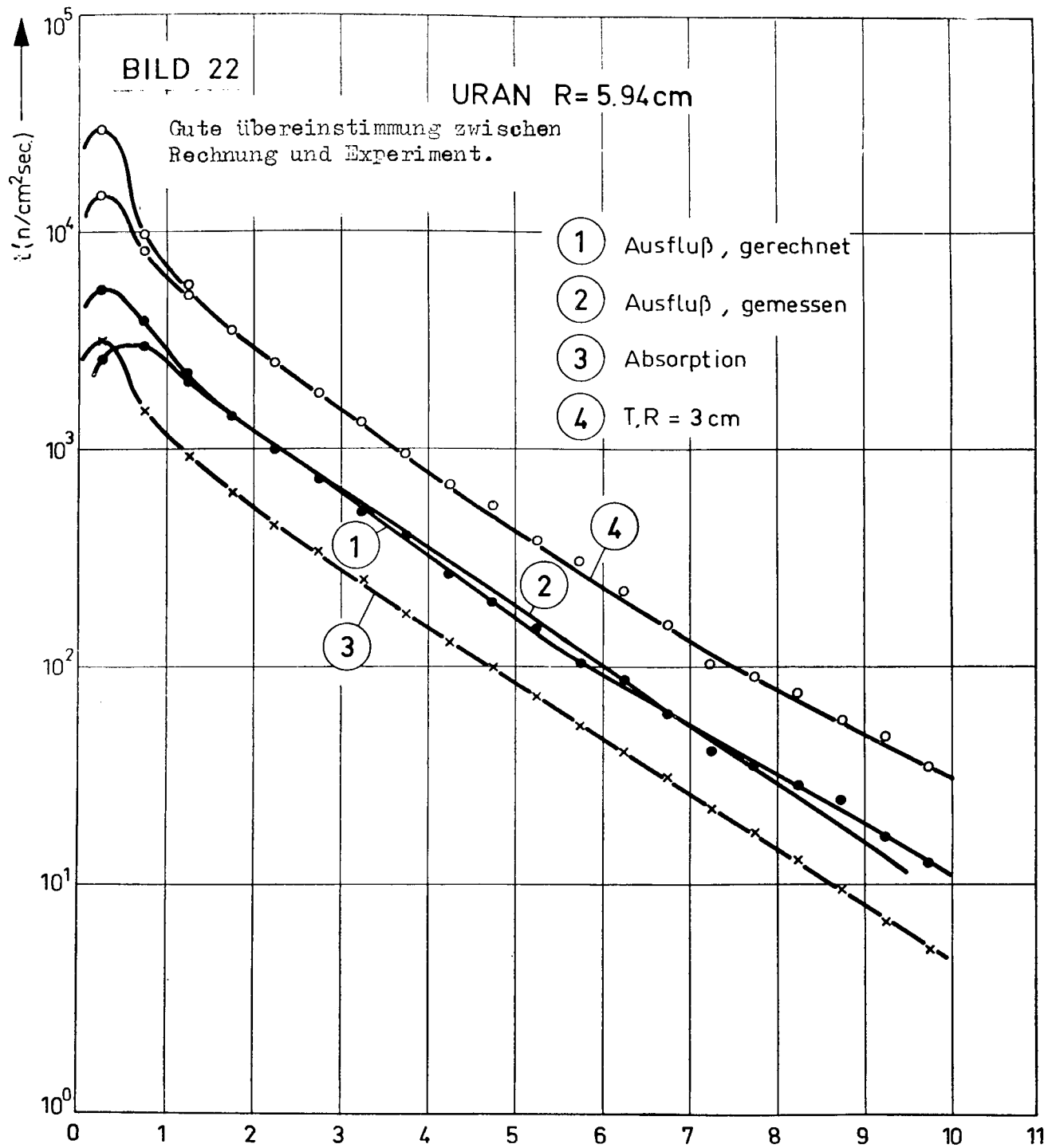
Als Neutronenquelle wurde die $T(d, n) He\ 4$ Reaktion verwendet, die 14-MeV-Neutronen erzeugte. Die Quelle befand sich am Außenrand der jeweiligen Anordnung und hatte die Form:

$$S(r, E, t) = S_0 \delta(r-R) \delta(E - 14 \text{ MeV}) \delta(t).$$

Die Flugrichtung der Quellneutronen war bei der Rechnung zum Kugelmittelpunkt gerichtet. Wegen der Dicke ~~der~~ Anordnungen (3 bis 4 freie Weglängen) einerseits und der hohen Multiplikationsrate andererseits ist der Einfluß der Flugrichtung der Quellneutronen auf das Zerfallsgesetz vernachlässigbar.

Die Experimente [3] dienten zur Bestimmung der Zerfallskonstanten τ des Fundamentalmoden. Die Rechenergebnisse zeigen aber, daß selbst bei Anordnungen mit hohen Multiplikationsfaktoren ein Fundamentalmode nicht immer festgestellt werden kann.

Bild 22 gibt den Zerfall der Neutronenpopulation in der Anordnung mit $R = 5.94$ cm wieder. Die Transmission an den Stellen $R = 3$ cm und $R = 5.94$ cm ist im logarithmischen Maßstab gegen die Zeit aufgetragen. Sie wurde sowohl an der der Quelle zugewandten als auch an der der Quelle abgewandten Kugelhälfte berechnet, um den Einfluß der räumlichen Asymmetrie der Quelle beobachten zu können. Kurve 1 zeigt den zeitabhängigen Ausfluß; Rechnung und Messung weichen nur geringfügig voneinander ab. Wie bei den nicht-multiplizierenden Anordnungen, ergibt auch hier die Rechnung keinen rein exponentiellen Verlauf der Zerfallskurve. Nachdem der Einfluß der räumlichen Asymmetrie der Quelle abgeklungen ist (nach ca. $1.5 \cdot 10^{-8}$ sec),



zeigt sich bis zu einer Zeit $t \sim 6 \cdot 10^{-8}$ sec ein exponentieller Abfall des Ausflusses. Die berechnete Zerfallskonstante beträgt $\tau = 1.53 \cdot 10^{-8}$ sec. Zur Zeit $t \sim 6 \cdot 10^{-8}$ sec ist ein deutlicher Knick im Kurvenverlauf zu sehen. Für Zeiten $t > 6 \cdot 10^{-8}$ sec bringt die Rechnung eine Zerfallskonstante $\tau = 1.87 \cdot 10^{-8}$ sec. Die gemessene Kurve ergibt $\tau = 1.62 \cdot 10^{-8}$ sec, die gemessene Zerfallskonstante ist also etwas größer als die berechnete. Das Meßergebnis stellt aber die unkorrigierte Zählrate der Meßapparatur dar; der Hintergrund der Messung ist noch nicht subtrahiert. Daher ist ein solcher Unterschied zu erwarten. Für Zeiten $t > 7 \cdot 10^{-8}$ sec wird der statistische Fehler der Messung so groß, daß der genaue Kurvenverlauf nicht mehr angegeben werden kann. Deswegen konnten BENGSTON [3] bei seiner Messung den Knick in der Zerfallskurve auch nicht mehr feststellen. Die statistischen Fehler der Rechnung betragen für Zeiten $t > 7 \cdot 10^{-8}$ sec weniger als 5%.

Ein ähnliches Ergebnis zeigt die Berechnung der gesamten Transmission (hinausgehende plus hereinkommende) an der Stelle $R = 3$ cm (Kurve 4). Die Zerfallskonstante τ beträgt für Zeiten $t < 7 \cdot 10^{-8}$ sec $\tau = 1.53 \cdot 10^{-8}$ sec, ist also gleich der Zerfallskonstanten des Ausflusses in diesem Zeitbereich. Für Zeiten $t > 7 \cdot 10^{-8}$ sec ergibt sich $\tau = 2.13 \cdot 10^{-8}$ sec. Die statistischen Schwankungen der Rechnung betragen an der Stelle $R = 3$ cm für Zeiten $t > 7 \cdot 10^{-8}$ sec bis zu 15 %. Es kann deshalb nicht festgestellt werden, ob sich die Zerfallskonstante für $R = 3$ cm und die für $R = 5.94$ cm tatsächlich unterscheiden, oder ob diese Abweichung nur durch die statistischen Schwankungen zustande gekommen ist.

Der bei der Messung verwendete Detektor registrierte nur Neutronen, deren Energie $E > 0.3 \text{ MeV}$ war. Bei einer multiplizierenden Anordnung gibt aber eine Messung, die mit einem Detektor mit einer ganz bestimmten Energiebreite ausgeführt wurde, im Gegensatz zu den nichtmultiplizierenden Anordnungen, das Zeitverhalten der gesamten Neutronenpopulation wieder - zumindest nach Einsetzen der Störphase (siehe Kapitel 2.5.) -, weil bereits die Neutronen der zweiten Generation das endgültige energetische Ausgangsspektrum besitzen - das Spaltspektrum. Die Expansionsphase erstreckt sich bei multiplizierenden Anordnungen über einige Generationszeiten (hier rund fünf). Daher ist nach Ablauf der Expansionsphase der Einfluß der Energieverteilung der primären Neutronen vollkommen vernachlässigbar.

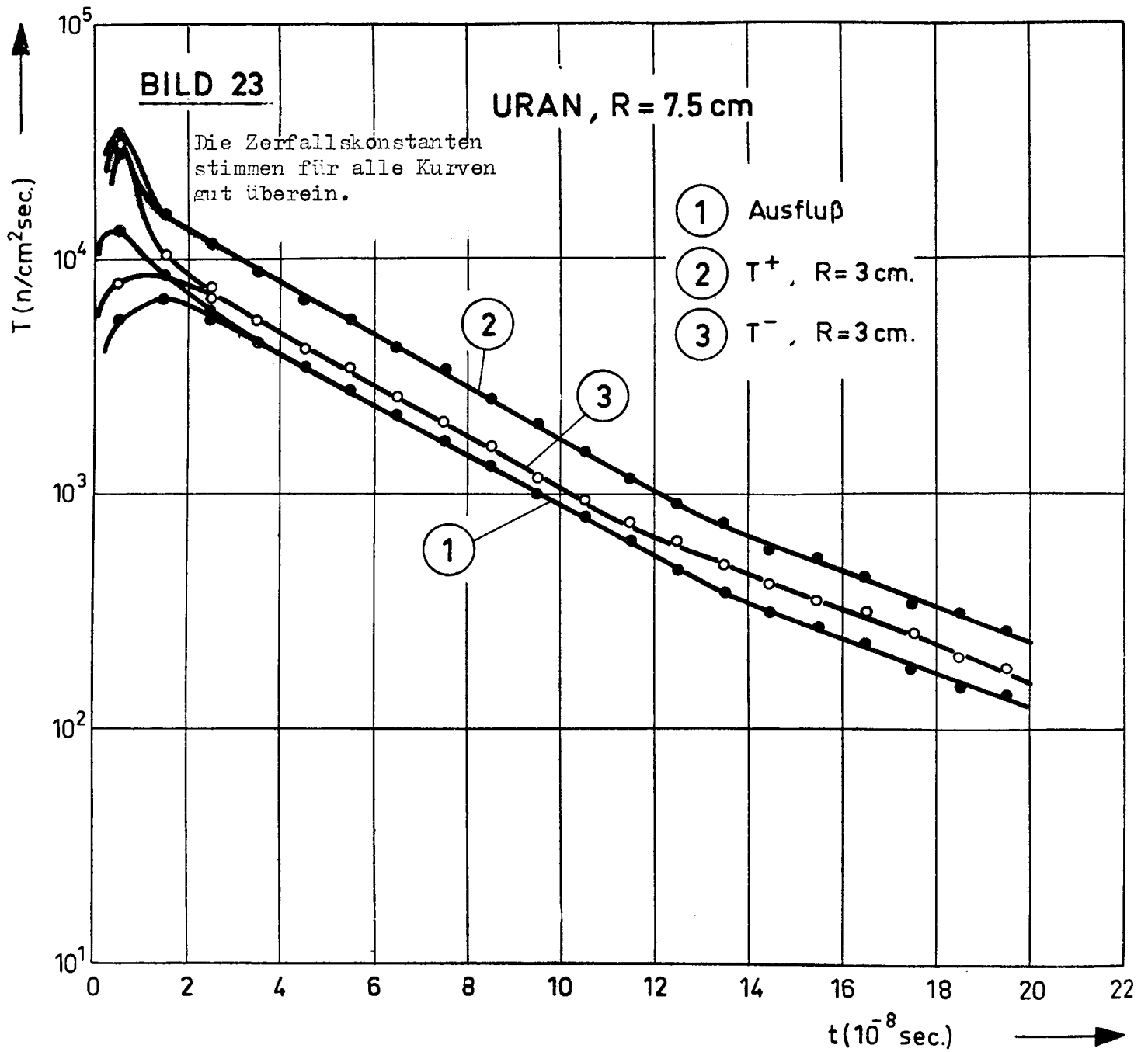
Das errechnete Diagramm für die zeitabhängige Absorption weist keinen Knick auf. Durch die berechneten Punkte läßt sich über das ganze Zeitintervall eine einzige Gerade legen. Die Zerfallskonstante beträgt $\tau = 1.74 \cdot 10^{-8} \text{ sec}$.

Aus den aufgezählten Fakten folgt, daß sich bei dieser Anordnung noch kein Fundamentalmode eingestellt hat, obwohl der Multiplikationsfaktor $k = 0.858$ beträgt. Zur Zeit $t = 7 \cdot 10^{-8} \text{ sec}$ ist die Neutronenpopulation auf den Bruchteil 0.01 abgesunken. Die Aussage, daß dieses restliche Prozent von Neutronen nach dem Fundamentalmode zerfällt, kann wegen der zu großen statistischen Schwankungen nicht gemacht werden.

Bild 23 zeigt den Zerfall der Neutronenpopulation in der Anordnung mit $R = 7.5$ cm. Die hinausgehende Transmission T^+ und die hereinkommende Transmission T^- an der Stelle $R = 3$ cm, sowie der Ausfluß sind im logarithmischen Maßstab gegen die Zeit aufgetragen. Die Transmissionen wurden wieder für beide Kugelhälften getrennt berechnet.

Für Zeiten $t \leq 12 \cdot 10^{-8}$ sec ergeben sowohl die Rechnung als auch die Messung für den Ausfluß die gleiche Zerfallskonstante: $\tau = 4.13 \cdot 10^{-8}$ sec. Da der Hintergrund der Messung nicht subtrahiert wurde, ist die korrigierte Zerfallskonstante der Messung etwas kleiner als die berechnete. Im Rahmen der Meß- und Rechengenauigkeit sind aber beide Ergebnisse identisch. Ähnliche Zerfallskonstanten ergeben sich für Zeiten $t \leq 12 \cdot 10^{-8}$ sec an der Stelle $R = 3$ cm für die Transmission T^+ : $\tau = 3.90 \cdot 10^{-8}$ sec, und für die Transmission T^- : $\tau = 3.96 \cdot 10^{-8}$ sec. Zur Zeit $t \sim 12 \cdot 10^{-8}$ sec ist wieder ein Knick in den Zerfallskurven beobachtbar. Danach zeigen die Zerfallskonstanten eine auffallend gute Übereinstimmung : $\tau = 5.33 \cdot 10^{-8}$ sec für den Ausfluß, $\tau = 5.74 \cdot 10^{-8}$ sec für T^+ und $\tau = 5.65 \cdot 10^{-8}$ sec für T^- . Die Meßergebnisse sind in diesem Zeitbereich infolge allzu starker statistischer Schwankungen unbrauchbar geworden.

Nur in einem Zeitbereich $t < 3 \cdot 10^{-8}$ sec, also solange der Einfluß der räumlichen Asymmetrie der Quelle noch zu spüren ist, bestehen wesentliche Abweichungen zwischen den Meßresultaten und den Rechenergebnissen bei den Anordnungen mit $R = 5.94$ cm und $R = 7.5$ cm. Der gemessene Peak der Zerfallskurve

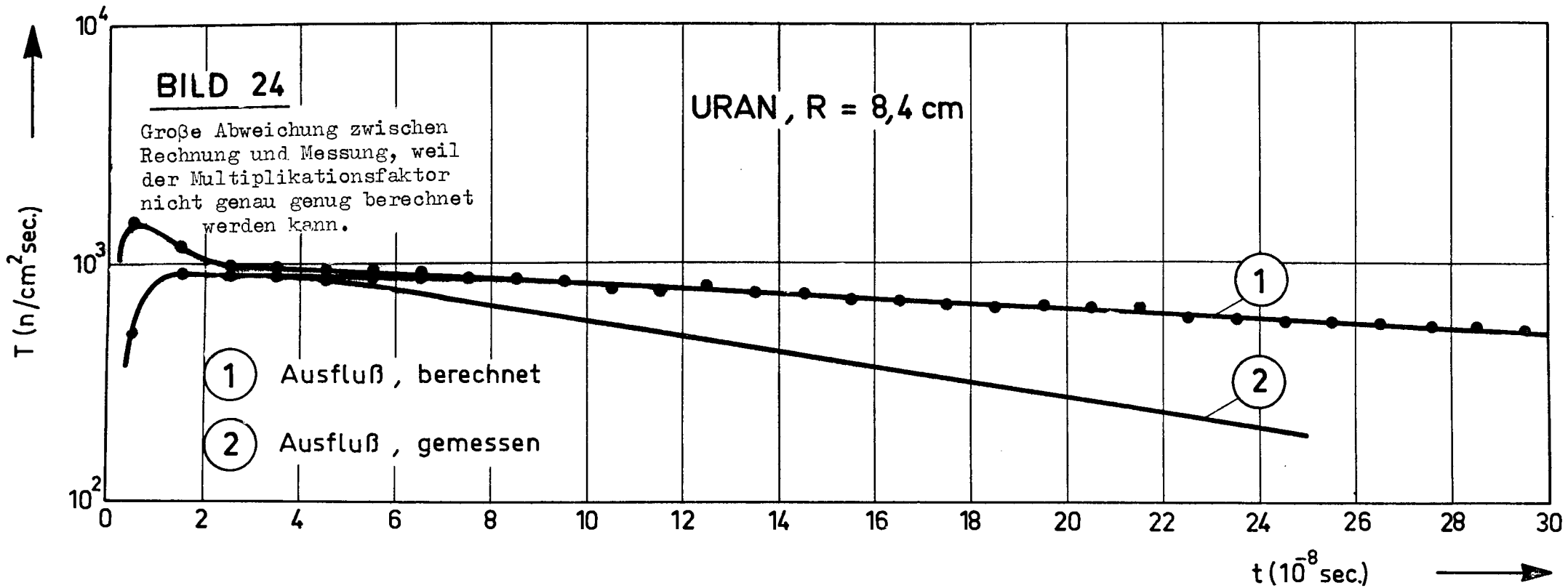


liegt um einen Faktor 5 höher als der für die der Quelle zugewandte Kugelhälfte berechnete Peak. Das läßt den Schluß zu, daß der Detektor bei der Messung in der Nähe der Quelle angebracht war.

Bild 24 zeigt den zeitabhängigen Ausfluß im logarithmischen Maßstab für die Anordnung mit $R = 8.5$ cm. Die Rechnung ergibt, daß nach rund $10 \cdot 10^{-8}$ sec der Einfluß der räumlichen Asymmetrie der Quelle vernachlässigbar klein geworden ist. Danach zeigt sich über das gesamte Zeitintervall hinweg ein exponentielles Abklingen des Ausflusses. Die Zerfallskonstante beträgt $\tau = 42 \cdot 10^{-8}$ sec. Im Gegensatz zu den früher besprochenen Anordnungen stimmt hier das errechnete Ergebnis mit dem der Messung überhaupt nicht überein: die gemessene Zerfallskonstante beträgt $\tau = 14 \cdot 10^{-8}$ sec, also nur ein Drittel der berechneten. Der Grund für diese Diskrepanz ist wohl darin zu suchen, daß die Zerfallskonstante τ umgekehrt proportional zu $1-k$ ist (Gl. (2,6)), d.h.

$$\tau = \frac{\Lambda}{1-k} .$$

Die Rechnung ergibt einen Multiplikationsfaktor $k = 0.995 \pm 0.002$ und eine Generationszeit $\Lambda = 0.528 \cdot 10^{-8}$ sec. Die Varianz von Λ ist bei der folgenden Betrachtung vernachlässigbar, die Varianz von k aber ist von entscheidender Bedeutung. Berechnet man k aus τ und Λ , so ergibt sich $k = 0.987$. $k = 0.987$ ist also der Multiplikationsfaktor des Modes, nach dem die Neutronenpopulation für Zeiten $t > 10 \cdot 10^{-8}$ sec zerfällt, während $k = 0.995$ den Mittelwert über alle Generationen (einschließlich derer, die vor der Zeit $t = 10 \cdot 10^{-8}$ sec existieren) darstellt. Die Annahme, daß die Generations-



zeit Λ bei der Messung $\Lambda = 0.48 \cdot 10^{-8}$ sec betrug, führt zu $k = 0.964$. Überdies wurde in Kapitel 2.1.3. bemerkt, daß die berechneten Multiplikationsfaktoren bis zu 2% von den gemessenen abweichen können. Der berechnete und der gemessene Multiplikationsfaktor k und damit auch die Zerfallskonstante τ sind also im Rahmen der Rechengenauigkeit wohl miteinander verträglich.

Dieses Beispiel zeigt deutlich, daß die Bestimmung der Generationszeit mit der Monte Carlo Methode über den zeitlichen Zerfall der Neutronenpopulation (wie es bei der Messung geschieht) vollkommen unmöglich ist. Für $k \rightarrow 1$ kann die Differenz $1-k$ beliebig falsch werden, weil sie kleiner als die Fehler-schranke der Rechnung wird. Andererseits kann sich für ein k , das zu weit von eins entfernt ist, kein Fundamentalmode mehr einstellen, wie am Beispiel der Anordnung mit $R = 5.94$ cm zu sehen ist. Das Einstellen des Fundamentalmodes ist aber nach Gl. (2,6) eine notwendige Bedingung, wenn man die Generationszeit Λ aus der Zerfallskonstanten τ berechnen will. Aus diesen Gründen wird zur Berechnung der Generationszeit mit dem MIMOC Code von vornherein die analytische Definition (2,4) verwendet.

Wie schon erwähnt, ergibt sich bei der Anordnung mit $R = 8.4$ cm für Zeiten $t > 10 \cdot 10^{-8}$ sec ein rein exponentielles Abklingen des Ausflusses. Die Vermutung liegt nahe, daß dieses exponentielle Abklingen den Fundamentalmode repräsentiert. Nimmt man also an, daß sich zur Zeit $t = 10 \cdot 10^{-8}$ sec der Fundamentalmode eingestellt hat, so kann man daraus schließen, daß dies auch bei der Anordnung mit $R = 7.5$ cm zur Zeit

$t = 12 \cdot 10^{-8}$ sec der Fall ist. Der Multiplikationsfaktor k der Anordnung mit $R = 7.5$ cm beträgt $k = 0.926$. Daraus folgt, daß bei schnellen, unreflektierten Anordnungen nur dann ein Fundamentalmode auftreten kann, wenn

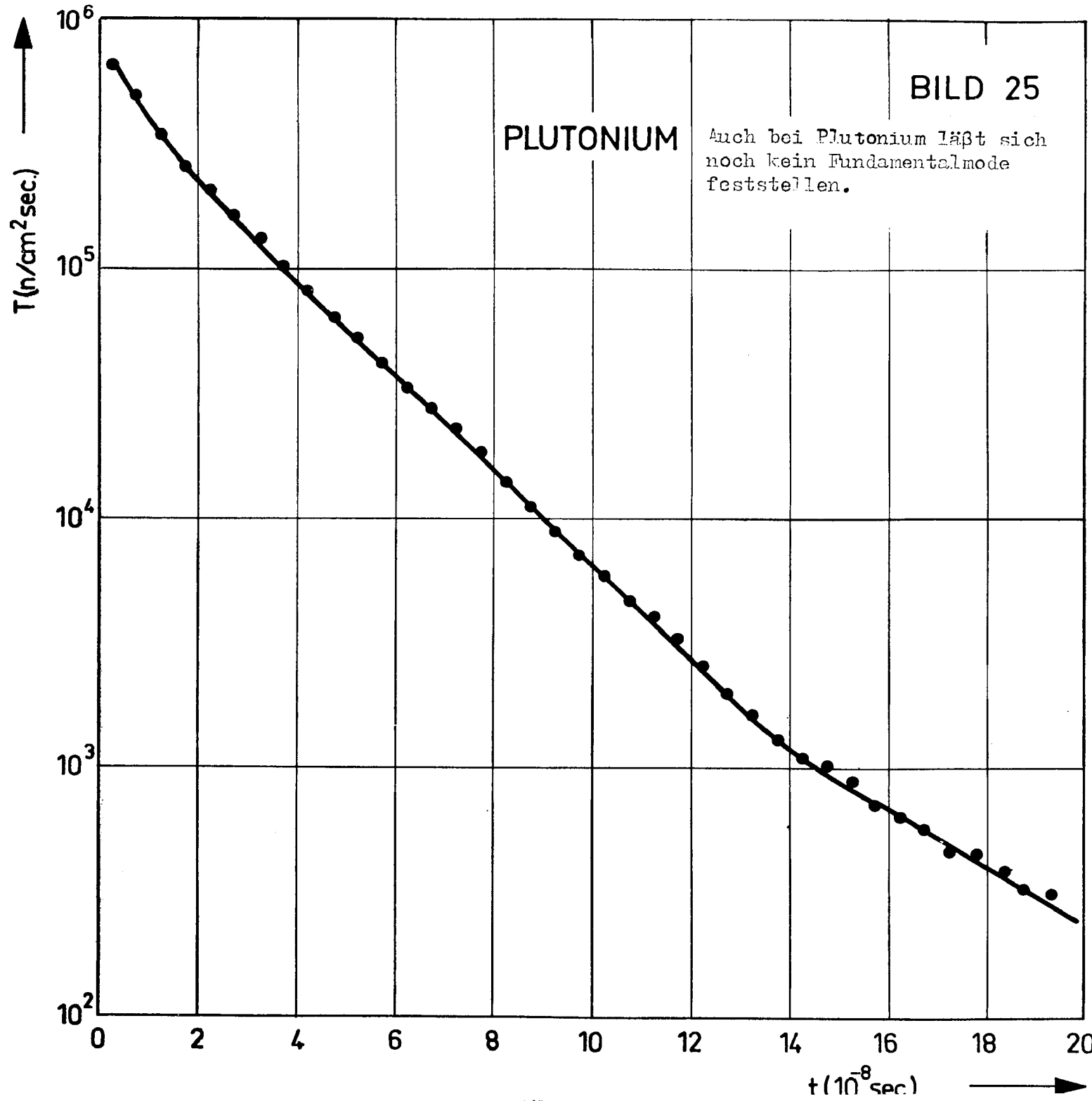
$$k > 0.9 \quad (2,17)$$

ist. Bei der Anordnung mit $R = 5.94$ cm ist die Bedingung (2,17) nicht erfüllt.

Diese Ergebnisse werden noch durch die Berechnung des zeitabhängigen Ausflusses einer durch Puls induzierten Neutronenpopulation aus einer unterkritischen Plutoniumkugel ergänzt. Es wurde die gleiche Materialzusammensetzung wie bei JEZEBEL (Kapitel 2.1) gewählt und der Radius $R = 5.4$ cm gesetzt. Der Mittelpunkt der Kugel war Quellort der primären Neutronen; das Spaltspektrum $\chi(E)$ gab die Startenergie:

$$S(r, E, t) = S_0 \delta(r) \chi(E) \delta(t).$$

Bild 25 zeigt den Ausfluß aus dieser Anordnung im logarithmischen Maßstab als Funktion der Zeit. Auch hier zeigt sich ein deutlicher Knick in der Ausflußkurve. Für Zeiten $t < 14 \cdot 10^{-8}$ sec ergibt sich eine Zerfallskonstante $\tau = 2.49 \cdot 10^{-8}$ sec, für Zeiten $t > 14 \cdot 10^{-8}$ sec ist $\tau = 3.87 \cdot 10^{-8}$ sec. Nach $t = 14 \cdot 10^{-8}$ sec ist die Neutronenpopulation auf den Bruchteil $\frac{1}{500}$ abgesunken. Es scheint daher keinen Sinn zu haben, von einem Fundamentalmode zu sprechen. Der Multiplikationsfaktor ergibt sich entsprechend zu $k = 0.864$, erfüllt also nicht die Bedingung (2,17).



Ausblick

Diese Arbeit hat unter anderem gezeigt, daß die Annahme einer orts- und energieunabhängigen Zerfallskonstanten einer Neutronenpopulation in einer schnellen Anordnung nur in den wenigsten Fällen berechtigt ist, obwohl die meisten veröffentlichten Meßkurven dafür zu sprechen scheinen. Da es aber derzeit praktisch unmöglich erscheint, die bei einer Messung störenden Einflüsse zu umgehen, wäre es empfehlenswert, Analysen von gepulsten Experimenten nur in Verbindung mit numerischen Rechnungen durchzuführen, wenigstens solange keine befriedigende Theorie verfügbar ist. Es ist jedoch zu hoffen, daß analytische Methoden - wenn auch unter teilweiser Verwendung von Rechenmaschinen - in naher Zukunft imstande sein werden, zeitabhängige Vorgänge bei gepulsten Anordnungen befriedigend zu erklären. Bis dahin steht allerdings nur die rein numerische Monte Carlo Methode dem Experimentator zur Verfügung.

Literatur

- 1 WEINBERG, A.M., WIGNER, E.P., The Physical Theory of Neutrons Chain Reactors, University of Chicago Press, 1958
- 2 CARLSON, B.G., Solution of the Transport Equation by S_n -Approximations, LA-1891, Los Alamos, 1955
- 3 BENGSTON, J., Determination of Prompt Neutron Decay Constants of Multiplying Systems, 2nd I.C.P.U.A.E. Genf 1958, Vol. 12, p. 63-71
- 4 D'OUTREMONT, P., Contribution to the Study of Fast Neutron Subcritical Assemblies by the Pulsed Neutron Technique, I.A.E.A. Symposium on Pulsed Neutron Research, Karlsruhe, Mai 1965
- 5 DAVEY, W.G., An Analysis of 23 ZPR-III Fast-Reactor Critical Experiments, Nuclear Science and Engineering, Vol. 19, No. 3, p. 259-273, July 1964
- 6 USSACHOFF, L.N., Equation for the Importance of Neutrons, Reactor Kinetics and Theory of Perturbation, 1st I.C.P.U.A.E. Genf 1955, Vol V, p. 503-510
- 7 RIEF, H., MOCA-2A Multipurpose Monte Carlo Code for Fast Effect Calculations, American Nuclear Society Transactions, Vol. 6, No. 1, p. 12 Juni 1963
- 8 DAVISON, B., Neutron Transport Theory, Oxford University Press, 1958

- 9 GLASSSTONE, S., und EDLUND, M.C., Kernreaktortheorie, Springer, Wien 1961
- 10 HOUSEHOLDER, A.S., FORSYTHE, G.E., und GERMOND, H.H., Monte Carlo Method, National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series, Vol. 12, No. 6, 1951
- 11 SPANIER, J., Monte Carlo Methods and their Application to Neutron Transport Problems, WAPD-195, Bettis Atomic Power Laboratory (Westinghouse Electric Corporation, Atomic Power Division), Pittsburgh 1959
- 12 GOERTZEL, G., und KALOS, M.H., Monte Carlo Methods in Transport Problems, Progress in Nuclear Energy, Series I, Vol. 2, p. 315-369, Pergamon Press, London 1958
- 13 ALBERT, G.E., A General Theory of Stochastic Estimates of the Neumann Series for the Solution of Certain Fredholm Integral Equations and Related Series, ORNL-1503, Oak Ridge National Laboratory, 1953
- 14 RIEF, H., An IBM 704 Monte Carlo Code to Calculate Fast Fission Effects in Homogeneous and Heterogeneous Systems, BNL 647 (T-206), Brookhaven National Laboratory, 1961
- 15 YIFTAH, S., OKRENT, D. und MOLDAUER, P.A., Fast Reactor Cross Sections, Pergamon Press, New York, 1960
- 16 SCHLIDT, J.J., Neutron Cross Sections for Fast Reactor Materials, Part II (Tables), KFF 120, Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1962

- 17 Reactor Physics Constants, ANL 5800, 2. Auflage
Argonne National Laboratory, 1963
- 18 Neutron Cross Sections, BNL 325, 2. Auflage, Brook-
haven National Laboratory, 1958
- 19 HANSEN, G.E., und ROACH, W.H., Six and Sixteen
Group Cross Sections for Fast and
Intermediate Critical Assemblies,
LA-2543, Los Alamos, 1961
- 20 ASAOKA, T., Durchführung von S_n -Rechnungen, private
Mitteilung
- 21 STEWART, L., Leakage Neutron Spectrum from a Bare
 Pu^{239} Critical Assembly, Nuclear
Science and Engineering, Vol. 8,
No. 6, p. 595, 1960
- 22 CORNGOLD, N., Some Transient Phenomena in Thermaliza-
tion I, Nuclear Science and Engeneering, Vol. 19, No. 1, p. 80, 1964
- 23 ORNDORFF, J.D., Prompt Neutron Periods of Metal Cri-
tical Assemblies, Nuclear Science
and Engeneering, Vol. 2, p. 450, 1956
- 24 MÜLLER, K.H., On the Basic Equations of the Reactor
Kinetics and Their Application to
Fast Pulsed Reactors, Nukleonik,
Band 6, Heft 6, p. 304, 1964
- 25 BEGHIAN, L.E., RASMUSSEN, N.C., THEWS, R. und WEBER, J.,
The Investigation of Neutron Kinetics
and Cross Sections in Fast Nonmodera-
ting Assemblies by the Nanosecond
Pulsed Neutron Source Technique, Nuclear
Science and Engeneering, Vol. 25,
No. 4, p. 375, 1963
- 26 D'OULTREMONT, Private Mitteilung

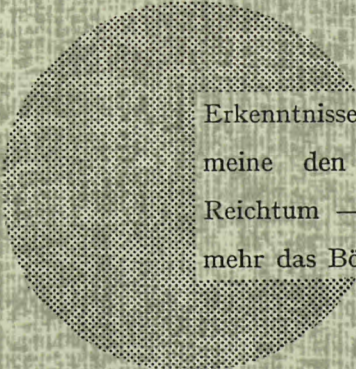
AN UNSERE LESER

Alle Euratom-Berichte werden nach Erscheinen in der von der Zentralstelle für Information und Dokumentation (CID) herausgegebenen Monatszeitschrift **EURATOM INFORMATION** angezeigt. Abonnements (1 Jahr : DM 60) und Probehefte sind erhältlich bei :

**Handelsblatt GmbH
"Euratom Information"
Postfach 1102
D-4 Düsseldorf (Deutschland)**

oder

**Office de vente des publications
des Communautés européennes
2, Place de Metz
Luxembourg**



Erkenntnisse verbreiten ist soviel wie Wohlstand verbreiten — ich meine den allgemeinen Wohlstand, nicht den individuellen Reichtum — denn mit dem Wohlstand verschwindet mehr und mehr das Böse, das uns aus dunkler Zeit vererbt ist.

Alfred Nobel